

Messabweichungen, Fehlerrechnung und lineare Regression

1 Lernziele des Versuches:

- a) Jeder Messwert ist mit einem Fehler behaftet. Bei keiner Angabe zum Fehler entspricht die letzte angegebene Stelle der Unsicherheit. Wer nicht sinnvoll rundet, der täuscht falsche Genauigkeit vor. Zufällige Abweichungen (Fehler) sind bei wiederholten Messungen oft normalverteilt (Gaussverteilung). Durch Mittelwertbildung kann die Genauigkeit des Messwertes erhöht werden. Die Standardabweichung ist ein Maß für die Streuung um den Mittelwert.
- b) Messabweichungen pflanzen sich in aus mehreren Messgrößen abgeleiteten Ergebnissen (Formeln) fort. Der größtmögliche Fehler kann mittels partieller Ableitungen bestimmt werden (Fehlerfortpflanzungsgesetz).
- c) Ist ein linearer Zusammenhang zwischen zwei Größen vorhanden, so ergibt die lineare Regression den Anstieg (Steigung) und den y-Achsen-(Ordinaten)Abschnitt.

2 Aufgabenstellungen:

- a) Messen Sie mindestens 200-mal die Periodendauer eines Fadenpendels. Berechnen Sie aus Ihren Datensatz den Mittelwert, die Standardabweichung und die Unsicherheit des Mittelwertes bei einem 95%igen Vertrauensbereich. Konstruieren Sie das zugehörige Histogramm und tragen Sie den Mittelwert und die Standardabweichung dort ein.
- b) Bestimmen Sie die Periodendauer Ihres Pendels aus der Zeitdauer für 50 Schwingungen. Messen Sie die Länge des Fadenpendels. Berechnen Sie die lokale Erdbeschleunigung g aus diesen Größen. Schätzen Sie die Messabweichungen der Periodendauer und der Pendellänge und ermitteln Sie aus diesen die Unsicherheit Ihrer ermittelten Erdbeschleunigung. Geben Sie diese mit absoluter und relativer Unsicherheit an.
- c) Messen Sie die Periodendauer T Ihres Pendels für mindestens 5 verschiedene Pendellängen L . Tragen Sie das Quadrat der Periodendauer über der Pendellänge auf. Führen Sie mit Hilfe des Computers eine lineare Regression durch und ermitteln Sie aus dem Anstieg die Erdbeschleunigung g .

3 Hausaufgaben:

- a) Ermitteln Sie mit dem Taschenrechner aus den ersten 10 Messdaten aus 2a) Mittelwert, die Standardabweichung und die Unsicherheit des Mittelwertes bei einem 95%igen Vertrauensbereich. Vergleichen Sie diese Werte mit den ermittelten Größen vom vollständigen Datensatz.
- b) Leiten Sie die Gleichung für die Unsicherheit in der berechneten Erdbeschleunigung g her. Welche systematischen Fehler gehen in die Messung der Periodendauer ein? Wie wirken sich diese auf die Bestimmung von g aus?
- c) Notieren Sie in Stichpunkten, warum Sie gerade diese 5 Pendellängen gewählt haben.
- d) Welche Fragen haben Sie an den Bremser?

4 Zusätze:

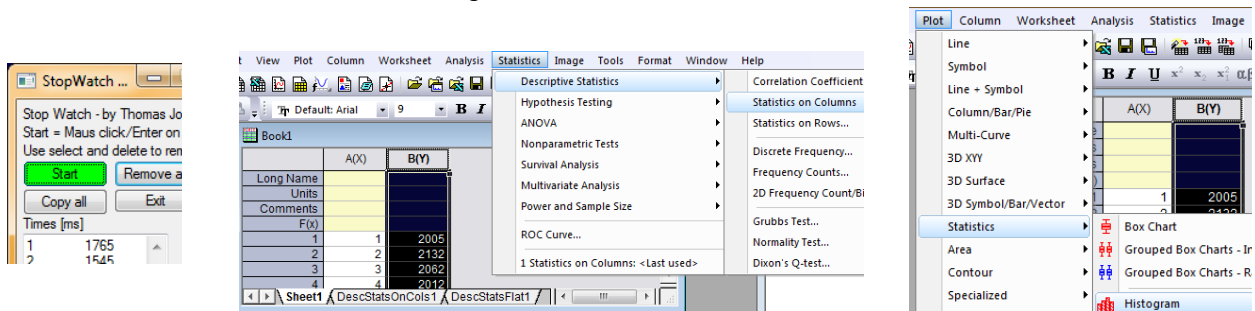
- a) Erstellen Sie aus Ihrem Histogramm eine professionelle Wahrscheinlichkeitsdichtedarstellung. Diese ist normiert, so dass das Integral über die Dichte 1 ergibt. Variieren Sie im Histogramm die Bin-Breiten für eine aussagekräftige Darstellung. Ermitteln Sie die Parameter μ und σ einer angepassten Gaussverteilung (Non-linear Curve Fit) an Ihr Histogramm. Vergleichen Sie diese mit dem Mittelwert und der Standardabweichung aus der Aufgabenstellung 2a).
- b) Schätzen Sie durch Variation der Steigungen der Regressionsgraden in 2c) die mögliche Messabweichung $u(g)$ für Ihre bestimmte Erdbeschleunigung g .
- c) Tragen Sie Ihre gemessenen Periodendauern in 2c) über der Pendellänge auf und führen Sie eine Anpassung an eine Wurzelfunktion durch (Nonlinear Curve Fit) um die Erdbeschleunigung zu ermitteln.

5 Literatur:

- [1] M. Erdmann, Thomas Hebbeker, *Experimentalphysik 5 - Moderne Methoden der Datenanalyse*, Springer (2013).
<http://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-17294-6>
- [2] W. Schenk, F. Kremer, *Physikalisches Praktikum*, Springer (2014).
<http://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-658-00666-2>
- [3] Skript, Universität Oldenburg: Praktikum Physik - Fehler- und Ausgleichsrechnung
http://www.uni-oldenburg.de/fileadmin/user_upload/physik/ag/physikpraktika/download/GPR/pdf/Fehlerrechnung.pdf

6 Hinweise zur Versuchsdurchführung:

- a) Der Auslenkwinkel des Pendels sollte etwa 5° betragen. Zur Aufnahme der Periodendauern steht ein Stoppuhr-Programm zur Verfügung. Wenn der Fokus auf Start/Stop zeigt, lösen wiederholte Enter-Eingaben den Start bzw. Stop der Uhr aus. Somit wird eine Periodendauer gemessen, eine ausgelassen usw. Eine Periodendauer misst sich am genauesten, wenn Sie den wiederholten Durchgang durch dieselbe Auslenkung bei hoher Pendelgeschwindigkeit messen (bei welchem Auslenkwinkel ist die Geschwindigkeit am höchsten?). Sie können zwischendurch pausieren oder den Partner wechseln.
- Die mit dem Stoppuhr-Programm ermittelten Zeiten können Sie in die Zwischenablage kopieren und im Programm Origin in die Spalten eines Worksheets kopieren. Von der Datenauswertungssoftware Origin wird nur ein kleiner Teil an Funktionen verwendet. Zur Ermittlung statistischer Größen einer Spalte (column) markieren Sie diese und benutzen **Statistics => Descriptive Statistics => Statistics on Columns**. Es entstehen neue Reiter im aktiven Workbook.
- Um das Histogramm eines markierten Spaltendatensatzes zu erzeugen, benutzen Sie die Zeichenfunktion **Plot => Statistics => Histogramm**.



- b) Die Periodendauer T des mathematischen Fadenpendels und die Auflösung nach der Erdbeschleunigung g sind gegeben durch

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{und} \quad g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}.$$

Die Ermittlung der Messabweichungen $u(50T)$ für 50 Periodendauern und $u(L)$ für die Pendellänge L bis zum Schwerpunkt des Probenkörpers ist eine Abschätzung vor Ort, keine Berechnung. Die Ungenauigkeit in der Periodendauerbestimmung ist $u(T) = u(50T)/50$. Aus diesen Ungenauigkeiten ergeben sich die absolute und die relative Unsicherheit in der Schwerkraftbeschleunigung g zu

$$u(g) = \frac{4\pi^2}{T^2} u(L) + \frac{8\pi^2 L}{T^3} u(T) \quad \text{und} \quad u_{rel}(g) = \frac{u(g)}{g} * 100\%.$$

- c) In einem Worksheet in Origin können Sie jederzeit neue Spalten einfügen, Rechtsklick => Add New Column. Sie können neue Spaltenwerte aus bestehenden errechnen durch Markieren einer Spalte und Rechtsklick => Set New Columns Values. In unserem Fall $col(C) = (col(2)/1000)^2$, d.h. zweite Spalte geteilt durch 1000 und dieses Ergebnis zum Quadrat. Wenn die zugehörige Länge als x-Spalte eingetragen ist, so wird aus der selektierten Spalte mit **Plot=>Symbol=>Scatter** ein Diagramm Ihrer Messwerte angelegt. Ist das Diagrammfenster aktiv, so wird mit **Analysis => Fitting => Linear Fit** eine Regression durchgeführt. Die Regressionsparameter wie Anstieg (Slope) und y-Achsenabschnitt (Intercept) werden im Diagramm und in neuen Reitern des zugehörigen Book ausgegeben.

