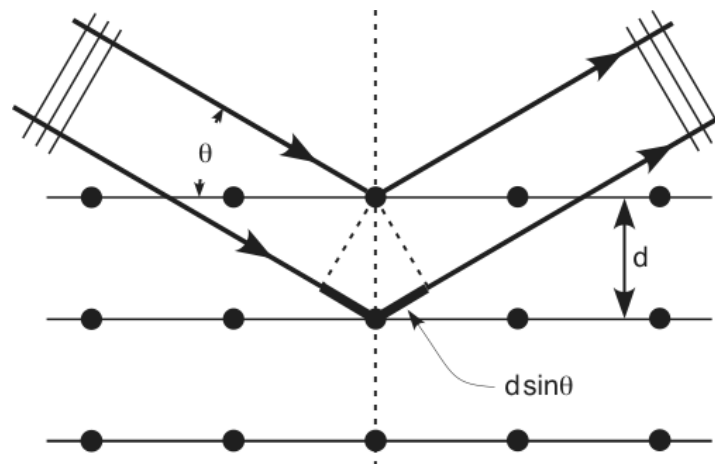


# Physikalisches Grundpraktikum für Physiker/innen

## Teil III

### Beugung von Röntgenstrahlen



WWW-Adresse Grundpraktikum Physik: <http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/>

#### Kontaktadressen der Praktikumsleiter:

Dr. Manfred Deicher  
Zimmer: 1.11, Gebäude E 2.6  
e-mail: [manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de](mailto:manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de)  
Telefon: 0681/302-58198

Dr. Patrick Huber  
Zimmer: 3.23, Gebäude E2.6  
e-mail: [p.huber@physik.uni-saarland.de](mailto:p.huber@physik.uni-saarland.de)  
Telefon: 0681/302-3944

## Beugung von Röntgenstrahlen

|                    |   |
|--------------------|---|
| <b>Stoffgebiet</b> | Röntgenröhre<br>Entstehung von Röntgenstrahlen<br>Nachweis von Röntgenstrahlung<br>Beugung elektromagnetischer Wellen<br>Bragg-Reflexion<br>Einkristallstrukturen   |
| <b>Literatur</b>   | Gerthsen-Kneser-Vogel: <i>Physik</i><br>Bergmann-Schaefer Bd. 3: <i>Optik</i><br>Haken-Wolf: <i>Atom- und Quantenphysik</i><br>Finkelburg: <i>Einführung in die Atomphysik</i><br>Kittel: <i>Einführung in die Festkörperphysik</i> |

**Fragen:**

1. Erklären Sie den Aufbau und die Wirkungsweise einer Röntgenröhre.  
Welches sind die gebräuchlichsten Anodenmaterialien?  
Wie unterscheiden sich die mit diesen Materialien erzeugten Röntgenstrahlen?
2. Erklären Sie das Entstehen der Bremsstrahlung sowie der charakteristischen Röntgenstrahlung.  
Hängt das Bremsstrahlungsspektrum vom Anodenmaterial ab?
3. Erläutern Sie weitere Methoden zur Erzeugung von Röntgenstrahlen.
4. Erklären Sie Methoden zum Nachweis von Röntgenstrahlung.
5. Leiten Sie die Bragg-Gleichung her.
6. Welche Bedingung muss die Wellenlänge von Photonen erfüllen, damit die Bragg-"Reflexion" möglich ist?
7. Die drei wichtigsten Arten der Wechselwirkung von Röntgenstrahlen mit Materie sind die Photoabsorption, der Compton-Effekt und der Paarbildungseffekt. Erklären Sie diese Prozesse.  
Welches ist die Voraussetzung für Paarbildung?
8. Erläutern Sie die Methoden, das Plancksche Wirkungsquantum  $\hbar$  zu bestimmen.
9. Welche Kristallstruktur besitzt der LiF-Kristall?  
Zeichnen Sie die Elementarzelle.  
Welche kristallinen Bindungskräfte bewirken den Zusammenhalt des LiF-Kristalls?
10. Skizzieren Sie die Methode der graphischen Konstruktion der Streurichtung mit der Ewald-Kugel.
11. Die Intensität des gestreuten (gebeugten) Strahls ist bestimmt durch den Atomformfaktor, den Strukturfaktor und den Debye-Waller-Faktor. Erklären Sie diese Größen.

## Grundlagen

### 1. Entstehung der Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung entsteht, wenn energiereiche geladene Teilchen, zum Beispiel schnelle Elektronen, auf Materie treffen. Technisch wird Röntgenstrahlung mit Hilfe von Röntgenröhren oder von Elektronenbeschleunigern erzeugt. Bei der Röntgenröhre werden die von der Glühkathode emittierten Elektronen durch die Hochspannung  $U_B$  in Richtung der Anode (gebräuchlichste Materialien: Cu, Mo, W) beschleunigt und prallen auf die Anode auf. Bei der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Atomen des Anodenmaterials (des „Target“-Materials) erfolgen zahlreiche elementare Prozesse, bei denen die Elektronen jeweils einen Teil ihrer kinetischen Energie abgeben:

a) Zusammenstoß mit einem äußeren Hüllenelektron.

Dabei gibt das stoßende Elektron nur einen geringen Teil seiner kinetischen Energie ab. Er dient zur Ionisierung oder Anregung der Target-Atome. Dieser Wechselwirkungsprozess führt lediglich zur (unerwünschten) Erwärmung des Anodenmaterials.

b) Zusammenstoß mit einem Hüllenelektron einer inneren Schale.

Durch Abgabe ihrer kinetischen Energie können die Elektronen die Target-Atome auch ionisieren, indem Elektronen der innersten Schale entfernt werden. Das angeregte Atom geht bevorzugt in einen tieferen Energiezustand über, indem ein Elektron aus der nächsten oder übernächsten Schale in die innerste Schale überwechselt und dabei die Energiedifferenz als Röntgen-Quant emittiert. Geht dabei das Elektron von der L- oder der M-Schale in die K-Schale über, so erhält man die  $K_\alpha$ - oder die  $K_\beta$ -Linie. Die große Anzahl weiterer Linien ist wegen ihrer schwachen Intensitäten i.d.R. ohne Bedeutung.

Da die Energien der Elektronen-Niveaus eines Atoms von seiner Kernladungszahl abhängen, ist die Energiedifferenz zweier Zustände für ein bestimmtes chemisches Element charakteristisch. Dementsprechend bezeichnet man die so erzeugte Strahlung als **charakteristische Röntgenstrahlung**.

c) Ablenkung und Abbremsung im elektrischen Feld des Target-Atoms.

Röntgen-Photonen, die durch diesen Prozess entstehen, bilden das kontinuierliche Spektrum der **Bremsstrahlung**.

Der plötzlichen Bremsung, also einer nichtperiodischen Beschleunigung, entspricht nach Fourier ein kontinuierliches Spektrum, d.h. bis zu beliebig hohen Frequenzen müsste sich das Spektrum nach der klassischen Elektrodynamik erstrecken. Jedoch kann ein Elektron nach der Quantentheorie keine Quanten beliebig hoher Energie erzeugen. Das energiereichste Strahlungsquant entsteht, wenn das Elektron durch einen einzigen Prozess seine gesamte kinetische Energie  $eU_B$  umwandelt. Es gilt dann:

$$(1) \quad e \cdot U_B = h \cdot \nu_{\max} = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\min}}$$

wobei  $c$ ,  $\lambda_{\min}$  und  $\nu_{\max}$  die Lichtgeschwindigkeit, die Grenzwellenlänge und die Grenzfrequenz der emittierten Bremsstrahlung bedeuten.

Die maximale Intensität sowohl des kontinuierlichen Brems- als auch des charakteristischen Linienspektrums hängen (nichtlinear) von der Beschleunigungsspannung  $U_B$  sowie vom Targetmaterial ab. (Näherungsweise liegt das Maximum der Bremsstrahlung bei  $1.5 \lambda_{\min}$ .)

Durch Einsetzen der numerischen Werte

$$h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$e = 1.6023 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

in Gleichung (1) erhält man das Duane-Hunt-Gesetz:

$$\lambda_{\min} [\text{nm}] = 1.234 / U_B [\text{kV}].$$

Nach Gleichung (1) ist die Grenzfrequenz  $\nu_{\max}$  der angelegten Spannung  $U_B$  direkt proportional:

Mit steigendem  $U_B$  wird  $\nu_{\max}$  größer; man sagt, die Strahlung härtet auf.

Die lineare Beziehung zwischen  $U_B$  und  $\nu_{\max}$  ermöglicht bei Kenntnis des Zahlenwertes von  $e$  die Bestimmung der Planck-Konstante  $h$  (vgl. Aufg. 4).

## 2. Die Röntgenbeugung

Man analysiert Kristallstrukturen durch die **Beugung** von Photonen, Neutronen oder Elektronen. Die Beugung hängt sowohl von der Kristallstruktur als auch von der Wellenlänge ab. Bei optischen Wellenlängen ( $\lambda \approx 5000 \text{ \AA}$ ) ergibt sich die kohärente Überlagerung aller Wellen, die an den einzelnen Atomen eines Kristalls elastisch gestreut werden, die transmittierte Welle, evtl. durch optische Brechung in ihrer Richtung verändert (Huygens). Ist jedoch, wie bei Röntgenstrahlung ( $\lambda \approx 1 \text{ \AA}$ ), so findet man gebeugte Strahlung in diskreten Richtungen, die von der einfallenden Richtung gänzlich verschieden sind.

Diese Richtungen der gebeugten Strahlen sind nach W.L. Bragg aus einfachen geometrischen Überlegungen ableitbar. Eine Aussage über die Streuintensität lässt sich aus der Bragg-Konstruktion jedoch nicht machen.

### Konstruktion der Streurichtung nach Bragg:

Die von W.L. Bragg im Jahre 1913 aufgestellte Ableitung der Streurichtung geht von der Überlegung aus, dass die einfallenden Wellen an parallelen Ebenen aus Kristallatomen, sogenannten „Gitterebenen“ oder „Netzebenen“ im Abstand  $d$  voneinander, reflektiert werden (siehe Abb.1)

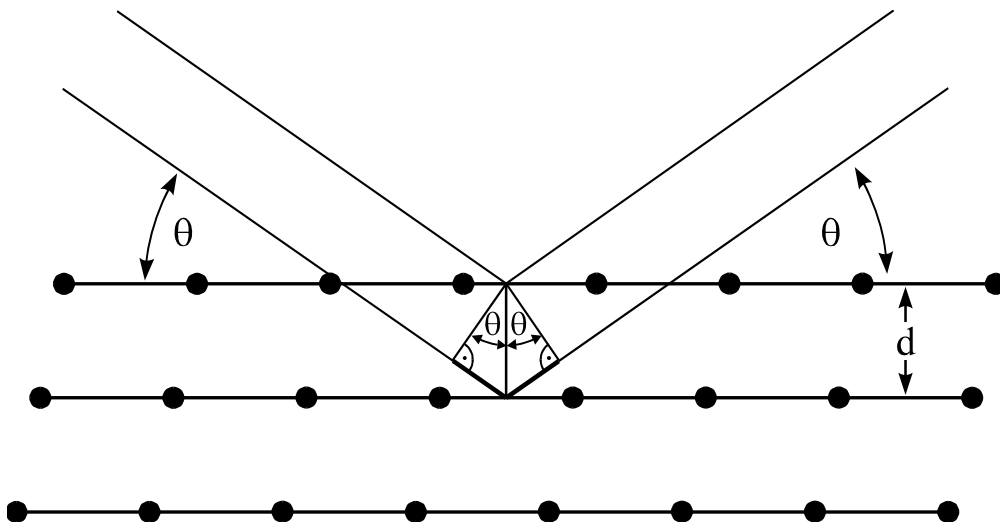


Abb. 1

Unter den Voraussetzungen, dass

- a) die einfallenden Wellen an den Netzebenen spiegelnd reflektiert werden, d.h. Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel ist,
- b) die an den Netzebenen reflektierten Wellen konstruktiv interferieren, und
- c) die Wellen elastisch gestreut wurden, d.h. die Wellenlänge der Photonen erhalten bleibt,

folgt aus einfachen geometrischen Überlegungen (Abb. 1) die **Bragg-Gleichung**:

$$(2) \quad 2 \cdot d \cdot \sin \Theta = n \cdot \lambda$$

wobei  $\Theta$  der Glanzwinkel, d.h. der Winkel zwischen Einfallrichtung und Netzebene, und  $n$  die Ordnungszahl des Interferenzmaximums bedeuten. Diese Konstruktion nach Bragg verdeutlicht, dass im Gegensatz zur Reflexion (von z.B. sichtbarem Licht) an einer Oberfläche die Braggsche Reflexion ein Effekt des ganzen Volumens ist, an dem zahlreiche Gitterebenen beteiligt sind. Ein reflektierter Strahl entsteht - ebenfalls im Gegensatz zur optischen Reflexion - nur für spezielle Einfallswinkel (weshalb die Benennung „Bragg-Reflexion“ etwas irreführend ist). Der reflektierte Strahl ist im Vergleich zum Primärstrahl um den Winkel  $2\Theta$  abgelenkt worden. Da in diese Richtung  $2\Theta$  nur Strahlung einer Wellenlänge reflektiert wird, so verhält sich der Kristall nicht nur wie ein beugendes Objekt, sondern kann auch als ein Spektrometer (ein Monochromator) für Röntgenlicht verwendet werden.

### **Hinweise zum Röntgengerät:**

- Das Gerät darf nur zusammen mit dem Betreuer in Betrieb genommen werden.
- Beim **Öffnen** des Experimentierraumes die PVC-Haube vor dem Nachobenklappen erst leicht anheben. Dabei wird automatisch die Hochspannungserzeugung der Röhre (7 bis 25 kV) und damit die Emission unterbrochen.
- Beim **Schließen** vorsichtig die Haube entrasten und entsprechend beim Öffnungsvorgang schließen. Dabei setzt automatisch die Röntgenstrahlung wieder ein, falls der Netzschalter geschlossen war.
- Die **Spaltflächen** des zu untersuchenden Kristalls **niemals berühren**.

- **Das Glimmerfenster des Zählrohres niemals berühren.**  
Die Kunststoffkappe vor dem Fenster braucht zur Messung von Röntgen-,  $\gamma$ - und energiereicher  $\beta$ - Strahlung nicht abgenommen zu werden.
- Die Strahlaustrittsblende mit dem Durchmesser 2 mm bleibt für alle Messungen eingesetzt. Beim Betrieb mit dieser Blende muss das Abschirmblech **nicht** vor die Haube gesetzt werden.
- Beim Einschalten der Röntgenröhre immer darauf achten, dass der eingebaute Kühl-Ventilator anläuft. (Das Laufgeräusch ist hörbar.)
- Voltmeter zur digitalen Angabe der Röhrenspannung an die gekennzeichneten Buchsen anschließen und im 200 V Gleichspannungsbereich betreiben. Die Ausgangsspannung zeigt 1/1000 der Röhrenspannung an (1V = 1kV Röhrenspannung).
- Die Röntgenspannung wird **nur** vom Betreuer eingestellt und eingeschaltet!
- Die Röhrenspannung wird mit dem Drehknopf eingestellt.  
**Dabei darf der Zeiger in der darüber befindlichen Kontrollanzeige nie in den roten Bereich ( $U_B \geq 25\text{kV}$ ) kommen!**
- Einstellung des elektronischen Digitalzählers:
  - a) „Imp“ für manuelle Zeitvorgaben, z.B. 10 s mit Stoppuhr; oder
  - b) „ $10^1$  f/Hz“ für automatische Messzeit 1s.

(Sonstige Tasten und Einstellungen sind uninteressant; bitte nichts verändern!)



## Versuchsdurchführung

### Aufgabe 1:

#### Bestimmung des Nulleffektes des Zählrohres

Das Geiger-Müller-Zählrohr ist ein selbstlöschendes Halogen-Zählrohr zum Nachweis von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ - Strahlung. Das Zählrohrfenster aus Glimmerfolie (einige  $\mu\text{m}$  dick) ist gegen mechanische Beanspruchung durch eine Kunststoffkappe geschützt, die für Röntgen-,  $\gamma$ - und energiereiche  $\beta$ -Strahlung durchlässig ist. Um einen Einfluss von Spannungsschwankungen auf das Zählergebnis auszuschalten, wird die Arbeitsspannung des Zählrohres in der Mitte des Plateaus seiner Charakteristik betrieben. Die hierfür notwendigen 500 V werden über die BNC-Buchse des elektronischen Digitalzählers bereitgestellt.

Auch ohne eine in der Nähe befindliche Strahlungsquelle liefert das betriebsbereite Zählrohr eine gewisse Anzahl von Impulsen, die zum größten Teil von der kosmischen Strahlung herrühren; man spricht vom „Nulleffekt“.

Bei abgeschalteter Röntgenröhre (geöffnete PVC-Haube bzw. offener Netzschalter) nehmen Sie für die Zählrohrwinkel  $\Theta_z = 0^\circ$  und  $60^\circ$  die Impulsrate für den Nulleffekt auf (Messzeit  $t=60$  s für jeden Winkel).

### Aufgabe 2:

#### Der LiF-Kristall als beugendes Objekt und Monochromator

Bei fester Beschleunigungsspannung  $U_B$  von 22 kV und fester Kristallstellung ( $\Theta_K = 22,5^\circ$ ) ermitteln Sie die Zählrate für die Zählrohrwinkel  $\Theta_z$  von  $30^\circ$  bis  $60^\circ$  in  $(1^\circ)$ - Schritten, im Winkelbereich  $40^\circ \leq \Theta_z \leq 50^\circ$  in  $0,5^\circ$ -Schritten (Messzeit  $t = 5$  s pro Winkel).

Ermitteln Sie (zum Vergleich) die Intensität des nichtgebeugten Strahls ( $\Theta_z = 0^\circ$ ).

Zeichnen Sie die Zählraten-Winkel-Verteilung. Bei welchem  $\Theta_z$  liegt das Maximum der gebeugten Strahlung? Schätzen Sie das Verhältnis der gebeugten zur ungebeugten Intensität ab.

**Aufgabe 3:****Das Röntgenspektrum einer Cu-Röhre und die Gitterkonstante der LiF-Kristalls**

Bei festem  $U_B = 23$  kV verwenden Sie den LiF-Kristall als Monochromator. Zur Aufnahme des Spektrums ist der Kristallwinkel  $\Theta_K$  zu variieren. Wegen des Reflexionsgesetzes muss dann das Zählrohr um den doppelten Winkel,  $\Theta_z = 2\Theta_K$ , gedreht werden, um den reflektierten Strahl zu treffen. Zur Erhaltung der Bedingung  $\Theta_z = 2\Theta_K$  lässt sich das eingebaute mechanische Getriebe verwenden. Arretieren Sie das Rändelrad für  $\Theta_z = 2\Theta_K = 60^\circ$  und prüfen Sie die Zeigerstellung  $\Theta_z = 2\Theta_K = 0^\circ$ . (Einzelheiten können Sie der beiliegenden Gerätebeschreibung entnehmen.)

Messen Sie die Impulsraten für den Winkelbereich  $\Theta_z = 14^\circ$  bis  $60^\circ$  in  $0,5^\circ$ -Schritten (Messzeit  $t = 1$  s pro Winkel). Zeichnen Sie das Spektrum und ordnen Sie ihm die Linien  $K_\alpha$  (höhere Intensität) und  $K_\beta$  zu.

Bestimmen Sie aus den  $\Theta_K$ -Werten der Linien unter Verwendung der Literaturwerte  $\lambda_{K\alpha} = 1,54$  Å und  $\lambda_{K\beta} = 1,39$  Å den Netzebenenabstand  $d$  des LiF-Kristalls. Die Struktur von LiF ist kubisch. Ermitteln Sie mit dem Ergebnis die Avogadro Zahl. LiF hat die Dichte  $\rho = 2,64$  g/cm<sup>3</sup>.

**Aufgabe 4:****Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums  $h$** 

Die lineare Beziehung zwischen der Grenzfrequenz  $\nu_{\max}$  und der Beschleunigungsspannung  $U_B$  nach Gleichung (1) ermöglicht, wie schon erwähnt, bei Kenntnis von  $e$  die Bestimmung  $h$ .

Stellen Sie nacheinander die festen Kristallwinkel  $\Theta_K = 11^\circ, 13^\circ, 15^\circ, 20^\circ$  ein und justieren Sie das Zählrohr auf den reflektierten Strahl. Variieren Sie für jedes  $\Theta_K$  die Anodenspannung  $U_B$  zwischen 8 und 22 kV und messen Sie die zugehörigen Zählraten (Messzeit jeweils 10 s). Tragen Sie die Zählraten als Funktion von  $U_B$  mit  $\Theta_K$  als Parameter graphisch auf. Dieser Darstellung entnehmen Sie die Grenzwellenlänge  $\lambda_{\min}$ . Tragen Sie  $\lambda_{\min}$  gegen  $U_B^{-1}$  auf und bestimmen Sie die an die Messwerte angepasste Ausgleichsgerade. Aus deren Steigung können Sie mit Hilfe von Gl. (1) die Plancksche Konstante  $h$  ermitteln.