

Physikalisches Grundpraktikum für Physiker/innen

Teil I

Wechselstrom



WWW-Adresse Grundpraktikum Physik: <http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/>

Kontaktadressen der Praktikumsleiter:

PD Dr. Manfred Deicher
Zimmer: 1.11, Gebäude E 2.6
e-mail: manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-58198

Dr. Herbert Wolf
Zimmer: 1.13, Gebäude E2.6
e-mail: herbert@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-2038

1. Stoffgebiet

- Komplexe Darstellung von Wechselspannungen und -strömen
- Komplexe Widerstände (Zeigerdiagramme)
- Wechselstromnetzwerke
- Elektrische Resonanzen
- Wechselstromleistung
- Freie Ladungsträger

2. Literatur

- H. Vogel
Gerthsen Physik
22., neu bearb. Aufl. 2004, Springer-Verlag
- Bergmann/Schäfer
Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 2: Elektromagnetismus
8. Auflage 1999, Walter de Gruyter

3. Fragen

1. Welche Kräfte wirken auf ein Elektron, das sich in einem elektrischen Feld bewegt? Welche auf ein ruhendes und ein bewegtes geladenes Teilchen in einem magnetischen Feld? Welche kinetische Energie gewinnt es beim Durchlaufen der Felder?
2. Wie kann man mit dem Oszillografen den zeitlichen Verlauf von Spannungen messen. Welche Modifikationen müssen am Oszilloskop erfolgen um Ströme messen zu können? Wie realisiert man solche Messungen mit dem Cassy Lab.
3. Wie kann man Wechselspannungen bzw. -ströme erzeugen? Durch welche physikalischen Größen sind sie bestimmt? Wie ist der Effektivwert U_{eff} einer Wechselspannung $U(t)$ definiert? Berechnen Sie als Beispiel U_{eff} der in Abb. 1 gegebenen Sägezahnspannung!

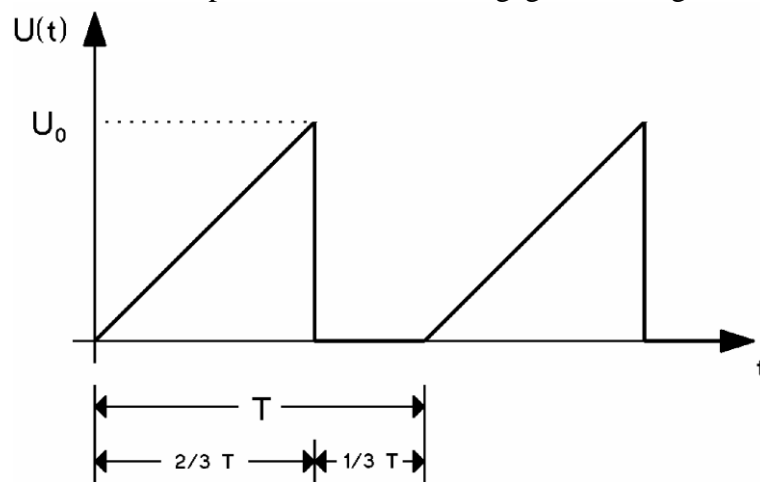


Abbildung 1 : Sägezahnspannung

4. Erläutern Sie elektrische Wirk-, Blind- und Scheinleistung anhand der beiden in Aufgabe 1 gegebenen Schaltkreise. Wozu können diese Schaltungen verwendet werden?.
5. Skizzieren Sie Impedanz $Z(\omega)$ und Phasenverschiebung φ bei Serien- und Parallelresonanz als Funktion der Kreisfrequenz. Zu welchen Zwecken werden solche Schaltkreise gebraucht?
6. Leiten Sie aus der Parameterdarstellung $x = x_0 \cdot \sin(\omega t)$, $y = y_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ die Ellipsengleichung

$$\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} - 2 \cdot \frac{x}{x_0} \cdot \frac{y}{y_0} \cdot \cos \varphi - \sin^2 \varphi = 0$$

explizit her.

7. Bestimmen Sie aus den gegebenen Werten U_{x_0} , U_{y_0} , a und b von Aufgabe 1 die Impedanz $|Z(\omega)|$, den Phasenwinkel φ sowie die Wirkleistung P_w an R?

8. Berechnen Sie die Impedanz $Z(\omega)$ des Netzwerkes aus Aufgabe 2. Vernachlässigen Sie dabei R (da $R \ll R_1$). Berechnen Sie ferner jeweils $Z' = \text{Re}(Z)$ und $Z'' = \text{Im}(Z)$ für die 3 Extremalfälle $\omega \rightarrow 0$, $\omega = \frac{1}{R_2 C}$ und $\omega \rightarrow \infty$ und tragen Sie die 3 Punkte in der komplexen Ebene ($|Z''|$ als Funktion von $|Z'|$) auf. Welcher Teil einer geschlossenen Kurve (**Ortskurve**), wird durch die Punkte beschrieben?
9. Berechnen Sie das sogenannte Übertragungsverhältnis U_a/U_e der drei Netzwerke aus Aufgabe 4. Ermitteln Sie Nullstellen, Polstellen und Asymptoten und skizzieren Sie die Funktionen!
Speziell: Welche Werte für ω erhält man für die Polstellen mit $C=1 \mu\text{F}$ und $L=13\text{mH}$?
10. Berechnen Sie das Übertragungsverhältnis U_a/U_e des in Ab. 2 dargestellten Vierpols und diskutieren Sie den Verlauf in Abhängigkeit von ω . Berechnen Sie die Breite $\Delta\omega$ des Bereiches mit $|U_2| = |U_1|/\sqrt{2}$ gilt! Wovon hängt $\Delta\omega$ ab und wozu kann diese Schaltung eingesetzt werden?

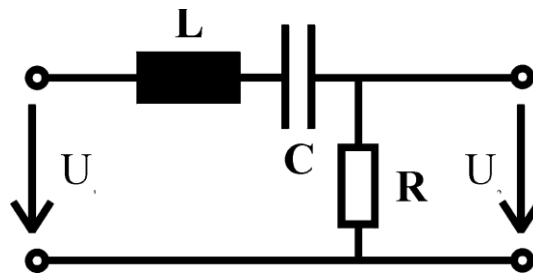


Abbildung 2: Vierpol

4. Grundlagen

4.1 Aufbau und Funktionsweise eines Zweistrahloszillografen

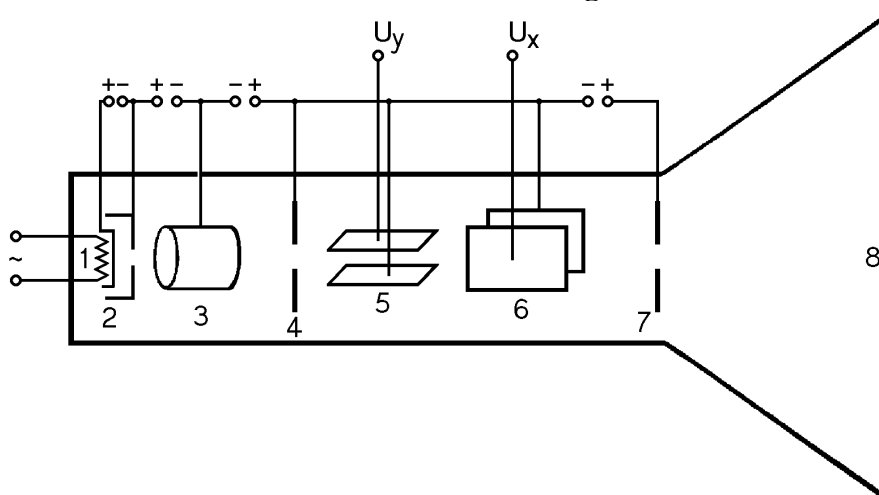


Abbildung 3: Schnittbild einer Oszillografenröhre

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| 1) Kathodenheizung | 5) Y-Ablenkplatten |
| 2) Kathode | 6) X-Ablenkplatten |
| 3) Fokussiereinrichtung | 7) Nachbeschleuniger |
| 4) Anode | 8) Leuchtschirm |

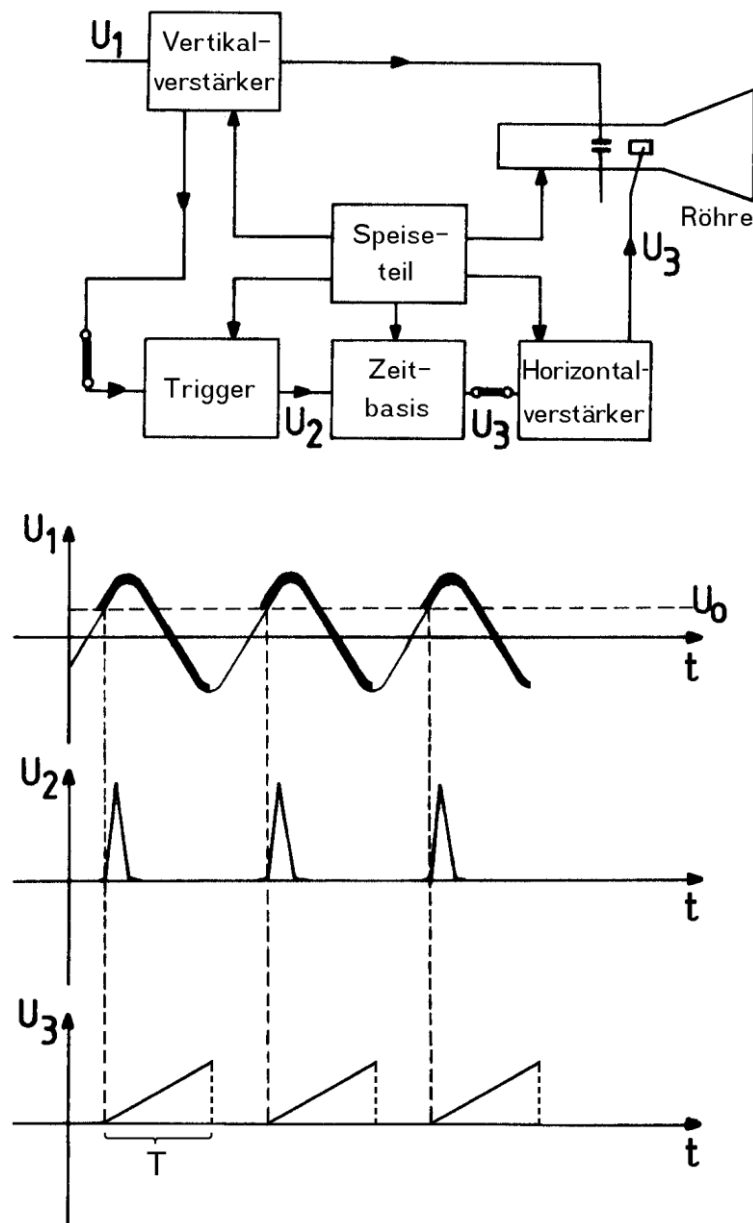


Abbildung 4: Blockschaltbild des Oszillografen
und zeitlicher Verlauf der Spannung

U_1 : Eingangssignal (hervorgehoben gezeichnet: Signal, das auf dem Bildschirm erscheint)

T : Strahllaufzeit von Bildschirmrand zu Bildschirmrand

Moderne Oszillografen bestehen aus mehreren Baugruppen, deren Bedeutung kurz erläutert werden soll:

Um sich den Aufbau der Oszillografenröhre und den zeitlichen Verlauf der verschiedenen Spannungen zu verdeutlichen, betrachte man Abb. 3 und Abb. 4.

1) Der Kern eines Oszillografen ist die Oszillografenröhre. Aus einer geheizten Kathode treten Elektronen aus und bilden eine Raumladungszone um die Kathode. Aus dieser Raum-

ladungszone werden die Elektronen durch ein elektrisches Feld zur Anode hin beschleunigt und durch eine Fokussiereinrichtung zu einem dünnen Strahl gebündelt. Dieser Strahl passiert eine Bohrung in der Anode und gelangt in das Ablenssystem. Das Ablenssystem besteht aus zwei um 90° gegeneinander versetzte Plattenkondensatoren. Dort wird der Strahl in jedem Kondensator jeweils um einen Winkel α abgelenkt, zum einen in x-Richtung, zum anderen in y-Richtung.

$$(1) \quad \text{Es gilt: } \tan \alpha = \frac{U_A \cdot l}{2 \cdot U_B \cdot d}.$$

U_A : Ablenkspannung an der jeweiligen Kondensatorplatte.

l : Länge der Bahn innerhalb der Kondensatorplatten.

U_B : Beschleunigungsspannung zwischen Anode und Kathode.

d : Abstand der jeweiligen Ablenkplatten.

Moderne Zweistrahloszillografen besitzen entweder zwei getrennte Elektronenstrahlquellen und zwei Ablenkeinheiten, oder die Ablenkeinheit wird abwechselnd den beiden Signalquellen "zugeteilt". Durch die Trägheit des Auges erscheinen dann die beiden Signale als stehende Bilder. Nachdem der Strahl die Ablenkeinheit passiert hat, werden die Elektronen durch eine zweite Anode nachbeschleunigt, wodurch die Auflösung des Bildes verbessert wird. Am Ende treffen sie auf dem Leuchtschirm der Röhre auf.

Zum Betrieb der Heizung, der Anode, des Nachbeschleunigers und der Fokussiereinrichtung sind eine Reihe von Baugruppen vorhanden, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

- 2) Die an den Eingängen anliegenden Spannungssignale werden zunächst von einem einstellbaren Vorverstärker verstärkt. Zusätzlich wird ihnen eine Gleichspannung (sogenannter Offset) überlagert. Damit läßt sich die Lage der Signale auf dem Bildschirm verändern. Wünscht man einen X-Y-Betrieb, so wird ein Spannungssignal an den Y-Ablenkkondensator gelegt, das andere an den X-Ablenkkondensator.
- 3) Will man den Oszillografen im x-t-Betrieb nutzen, so wird an den Y-Ablenkkondensator ein verstärktes Spannungseingangssignal gelegt. Um ein stehendes Bild zu erhalten, benötigt man ein zweites Signal, das dieselbe Frequenz oder ein Vielfaches der Frequenz des Eingangssignales besitzt. Dieses Signal liefert der Triggeroszillator (Trigger). Überschreitet das Signal eine einstellbare Amplitude (Trigger-Level) innerhalb einer bestimmten Zeit (die von der Zeitbasis vorgegeben wird), so erzeugt der Triggeroszillator einen kurzen Synchronisationspuls. (Triggerimpuls)
- 4) Sobald der Triggerimpuls U_2 am Eingang U_3 der Zeitbasis erscheint, beginnt diese, die Spannung am X-Ablenkkondensator linear mit der Zeit zu erhöhen. Die Steigung dieser Sägezahnspannung ist einstellbar und ergibt den Zeitmaßstab auf der x-Achse. Hat die Sägezahnspannung eine bestimmte Amplitude erreicht (d.h. etwa den rechten Bildschirmrand), so geht sie auf null zurück, der Strahl wird dunkelgetastet und läuft unsichtbar zum linken Bildschirmrand zurück. Der Triggeroszillator wird freigegeben und erreicht das Eingangssignal wieder den Trigger-Level, wird die Zeitbasis von neuem getriggert. Dadurch wird gewährleistet, daß auf dem Oszillografenbildschirm immer ein stehendes Bild erscheint, da altes und neues Bild auf dem Bildschirm immer übereinanderliegen.

Durch die Trägheit des Auges erscheint dann auf dem Bildschirm eine durchgehende Linie.

Im Experiment wird die Kombination Power / Sensor – CASSY verwendet mit **digitalem** Input / Output. Der Computermonitor stellt ebenfalls eine Braun'sche Röhre dar. Das zum Oszilloskop Gesagte ist wichtig, da es immer noch zur Standardausrüstung im Labor gehört, und gerade für hohe Frequenzen Vorteile gegenüber digitalen Systemen mit sich bringt. Im Übrigen werden auch in anderen Teilen des Grundpraktikums Oszilloskope eingesetzt (Akustik, Transistor, Digitalelektronik, Franck–Hertz).

4.2 Wechselstromrechnung

Bei Wechselstromkreisen gibt es außer ohm'schen Widerständen sogenannte Blindwiderstände, die als Speicher für elektromagnetische Energie dienen und diese mit einer Phasenverschiebung von 90° an die Stromquelle zurückgeben. Mit Hilfe komplexer Zahlen läßt sich die Wirkung dieser Blindwiderstände formal durch ein ohm'sches Gesetz beschreiben. Somit lassen sich selbst komplexe Netzwerke aus Blind- und Wirkwiderständen mit Hilfe der Kirchhoff'schen Regeln berechnen.

Man trifft folgende Zuordnung:

- (2) ohm'scher Widerstand $R_\omega = R$
- (3) induktiver Widerstand $R_L = i \omega L$
- (4) kapazitiver Widerstand $R_C = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C}$

Der resultierende komplexe Widerstand eines solchen Netzwerkes ist im allgemeinen eine komplexe Funktion der Kreisfrequenz ω und wird als Impedanz $Z(\omega)$ bezeichnet.

Legt man an eine Impedanz eine sinusförmige Wechselspannung der Amplitude U_0 an, so fließt durch die Impedanz ein ebenfalls sinusförmiger Wechselstrom, der um einen Phasenwinkel φ gegen die Spannung verschoben ist.

Teilen wir die Impedanz Z in einen Realteil $Z' = \text{Re}(Z)$ und einen Imaginärteil $Z'' = \text{Im}(Z)$ auf, so daß $Z = Z' + i \cdot Z''$, gelten folgende Beziehungen:

- (5) $(U_0 / I_0)^2 = Z'^2 + Z''^2, \tan \varphi = Z'' / Z'$
- (6) $Z' = U_0 / I_0 \cdot \cos \varphi, Z'' = U_0 / I_0 \cdot \sin \varphi$

Die mittlere elektrische Leistung, die in einer solchen Impedanz umgesetzt wird, ergibt sich bei sinusförmigen Wechselspannungen zu :

$$(7) \quad P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U(t) \cdot I(t) \cdot dt = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi$$

Die Effektivwerte der sinusförmigen Ströme und Spannungen sind:

$$I_{\text{eff}} = I_0 / \sqrt{2}; U_{\text{eff}} = U_0 / \sqrt{2}$$

4.3 Dämpfung und Pegel

Neben der Darstellung der Größen U , I und Z in ihren physikalischen Einheiten sind auch Darstellungen üblich, bei denen nur Verhältnisse von Größen angegeben werden. Diese Verhältnisse sind dimensionslose Größen, jedoch wird durch eine Bezeichnung gekennzeichnet, auf welche Weise das Verhältnis gebildet wurde. Die Größe im Nenner ist die Bezugsgröße. Ist diese Größe nicht normiert, spricht man von Pegel. Man definiert:

$$\begin{aligned} \text{Leistungsdämpfung:} & \quad v = 10 \log P_1/P_2, & \text{Einheit: dB,} \\ \text{Spannungsdämpfung:} & \quad v = 20 \log U_1/U_2, & \text{Einheit: dB.} \end{aligned}$$

Bei Pegelangaben (in Form von Spannungen) ist ein absoluter Bezugspunkt von 0.775V ($= 0\text{ dBm}$) üblich. Bei allen derartigen absoluten Pegelangaben wird ein Zusatz "m" an die dB-Angabe angehängt. Das "m" rührt daher, daß bei einem Lastwiderstand von 600Ω ein Leistungsabfall von $P_2 = 1\text{ mW}$ gerade eine Spannung von 0.775V erfordert. Der Wert für den Lastwiderstand von 600Ω hat historische Ursprünge.

4.4 Darstellung komplexer Funktionen

Betrachten wir eine komplexe Funktion $Z(\omega)$, so sind verschiedene Darstellungsmethoden üblich:

- 1) **Ortskurve (Zeigerdiagramm)**
Wir schreiben die Impedanz als $Z = Z' + i Z''$ und tragen Z' auf der x-Achse ab, Z'' auf der y-Achse. Die Frequenz ist dabei der Parameter, durch dessen Änderung man eine geschlossene Kurve erhält.
- 2) **Frequenzgang**
Wir schreiben die Impedanz als $Z = |Z| \cdot e^{i\varphi}$; $|Z|$ ist der Betrag der Impedanz, also die Wurzel aus der Summe der Quadrate von Real- und Imaginärteil. Aufgetragen werden in dieser Darstellung $|Z|$ und φ als Funktion der Kreisfrequenz.
- 3) **Bode-Plot**
Beim Bode-Plot werden die Dämpfung und der Phasenwinkel einer Größe als Funktion von $\log(\omega)$, dem Zehnerlogarithmus der Kreisfrequenz, aufgetragen. Man verwendet zur grafischen Darstellung meist eine semilogarithmische Darstellung.

Welche Auftragungsart man wählt, hängt vom jeweiligen Problem ab, jedoch ist eine logarithmische Auftragung empfehlenswert, wenn eine Größe im betrachteten Bereich sich stark ändert.

4.5 Messungen mit dem Zweistrahloszillografen und CASSY

Legt man an die Eingänge eines Zweistrahloszillografen oder CASSY zwei sinusförmige Spannungen mit den Scheitelwerten U_1 und U_2 , der Kreisfrequenz ω_1 und ω_2 , die um den Winkel φ zeitlich gegeneinander verschoben sind, so lassen sich diese Größen direkt gemäß Abb. 5 vom Oszillografenschirm ablesen.

Dazu beachtet man zunächst, daß Zeitbasis und Eingangsverstärkung geeicht sind und liest die entsprechenden Strecken auf dem Bildschirm ab.

Den Phasenwinkel φ im Bogenmaß erhält man dann als $\varphi = \frac{2\pi \cdot l_1}{l_2}$, die anderen Größen durch Multiplikation mit den entsprechenden Faktoren. Zu beachten ist vor allem, daß der Nullpunkt beider Kurven bekannt ist und auf dem Bildschirm übereinander liegt.

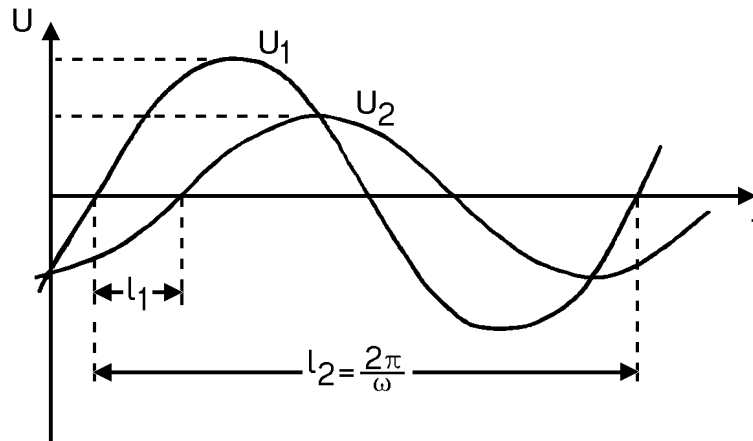


Abbildung 5: Messung mit dem Zweistrahloszillografen

Bemerkungen:

Im Gegensatz zum Oszillografen fallen beim Cassy Lab die Eichung weg. Die Auswertemethode ist jedoch identisch.

4.6 Messungen nach der Ellipsenmethode (Oszilloskop / CASSY)

Legt man an die Eingänge eines X-Y-Oszillografen oder an die entsprechenden Eingänge des Power/ Sensor Cassys zwei Spannungen mit dem zeitlichen Verlauf

$$U_x(t) = U_{x_0} \cdot \sin(\omega t) \text{ und } U_y(t) = U_{y_0} \cdot \sin(\omega t + \varphi) ,$$

so entsteht aus der Überlagerung dieser Spannungen auf dem Bildschirm eine Ellipse. Rechnerisch erhält man diese Ellipse, indem man in den obigen Gleichungen die Zeit eliminiert.

$$\frac{U_x^2}{U_{x_0}^2} + \frac{U_y^2}{U_{y_0}^2} - 2 \cdot \frac{U_x}{U_{x_0}} \cdot \frac{U_y}{U_{y_0}} \cdot \cos \varphi - \sin^2 \varphi = 0$$

Aus dieser Ellipse lassen sich die Amplituden U_{x_0} , U_{y_0} und der Phasenwinkel φ bestimmen. Zunächst legt man auf dem Oszillografenschirm ein Koordinatensystem fest und eicht die Achsen. Hierbei wähle man die Koordinatenachsen so, daß die Ellipse den Bildschirm möglichst ausfüllt, um mögliche Ablesefehler klein zu halten. Dann bestimmt man die Amplituden U_{x_0} und U_{y_0} aus der maximalen X- bzw. Y-Ablenkung. Den Phasenwinkel kann man aus den Schnittpunkten a und b der Ellipse mit den Achsen bestimmen (vgl. Frage 8 und Abb.6).

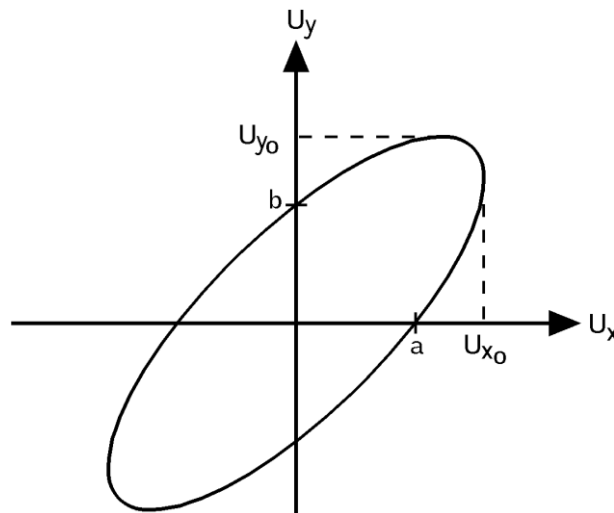


Abbildung 6: Messung nach der Ellipsenmethode

Zur Bestimmung von ω schaltet man den Oszillografen in den x-t-Betrieb und liest die Periodendauer T auf der x-Achse ab.

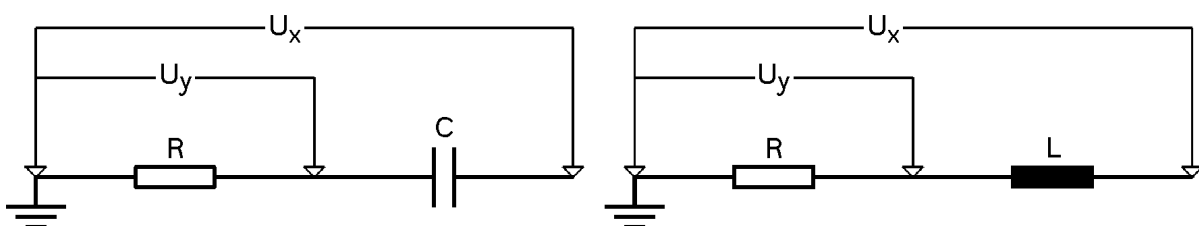
Es gilt folgende Beziehung: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Überlegen Sie sich die Schaltung mit dem Sensor / Power Cassy!

5. Versuchsdurchführung

Aufgabe 1:

Gegeben sind zwei Wechselstromwiderstände in Form der Serienschaltung eines Widerstandes R und eines Kondensators C bzw. einer Spule L :

Abbildung 7: RC- und RL- Serienkreis ($R=100 \Omega$, $C=1\mu\text{F}$, $L=13 \text{ mH}$)

Messen Sie nach der **Ellipsenmethode** U_{x0} , U_{y0} , a und b für mindestens 20 verschiedene Frequenzen zwischen 100 Hz und 4 kHz.

Berechnen Sie daraus die Impedanz $|Z|$ und den Phasenwinkel φ (siehe Frage 8).

Zeichnen Sie den Frequenzgang ($|Z|$ bzw. φ als Funktion der Kreisfrequenz ω).

Bestimmen Sie den Pegel der im Widerstand umgesetzten Wirkleistung und tragen Sie ihn als Funktion der Kreisfrequenz ω in der gleichen Grafik auf. Verwenden Sie am besten drei verschiedene Farben!

Hinweis: Pegel $v = 10 \cdot \log \frac{P_w}{1 \text{ mW}}$

$$\text{mit } P_w = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi = \frac{U_{x0}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_{y0}}{\sqrt{2} \cdot R} \cdot \cos \varphi$$

Aufgabe 2:

Gegeben ist ein Netzwerk der folgenden Form, wobei R_1 , R_2 und C unbekannt sind. (R dient lediglich der Strommessung und kann wegen $R \ll R_1$ vernachlässigt werden.)

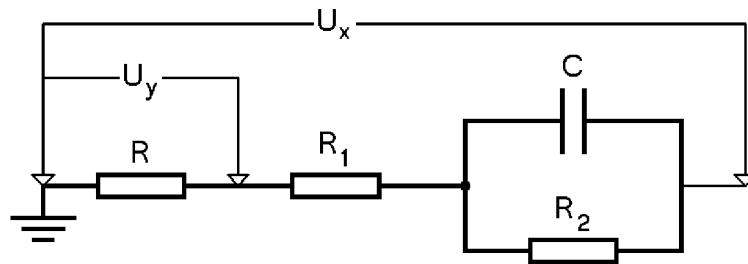


Abbildung 8: Unbekanntes Netzwerk ($R = 100 \Omega$)

Messen Sie U_x und U_y sowie den Phasenwinkel φ für Frequenzen von 20 Hz bis 2.5 kHz (von 20 Hz bis 200 Hz in 20-Hz-Schritten, von 200 Hz bis 1 kHz in 200-Hz-Schritten und von 1 kHz bis 2.5 kHz in 500-Hz-Schritten.) **Achten Sie auf die korrekte Messung von φ , da die Winkel nur sehr klein sind.**

Tragen Sie $|Z''| = |\text{Im}(Z(\omega))|$ als Funktion von $|Z'| = |\text{Re}(Z(\omega))|$ - komplexe Ebenendarstellung - auf und bestimmen Sie durch Extrapolation ($\omega \rightarrow 0$ und $\omega \rightarrow \infty$) R_1 und R_2 sowie die Relaxationsfrequenz ω_1 und daraus C . (Vgl. Frage 9, R kann wieder vernachlässigt werden!)

Aufgabe 3:

Realisieren Sie einen Frequenz-Durchlassfilter (Abb. 9), bei dem $|U_2|/|U_1| = 1$ ist, bei einer Frequenz von etwa $f = 500$ Hz und dessen Frequenzbreite $\Delta\omega$ ca. 1000 Hz beträgt. Messen Sie den von Ihnen gebaute Filter aus.

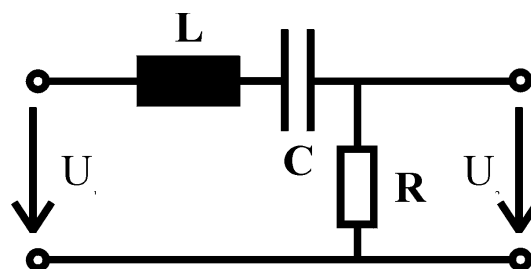
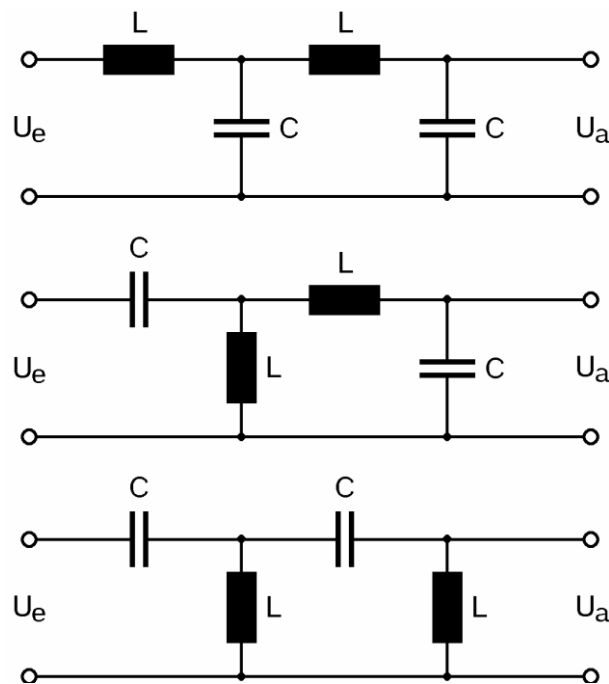


Abbildung 9: Vierpol

Aufgabe 4:Abbildung 10: Tief-, Band und Hochpaß ($C=1\mu\text{F}$, $L=13\text{mH}$)

Berechnen Sie für die gezeigten Vierpole das Übertragungsverhältnis $|U_a/U_e|$ sowie die Phasenverschiebung zwischen beiden Spannungen als Funktion der Frequenz.
(Hinweis: In vielen Büchern zum Thema Elektronik / E-Technik werden solche Schaltungen unter dem Stichwort „Vierpoltheorie“, „Kettenschaltungen von Vierpolen“ behandelt.)

6. Versuchsausstattung

- 1 Sensor CASSY
- 1 Power-CASSY
- 1 Oszilloskop
- 1 Schaltbrett mit Kondensatoren, Widerständen und Spulen
- Computer
- Drucker
- CASSY® Lab