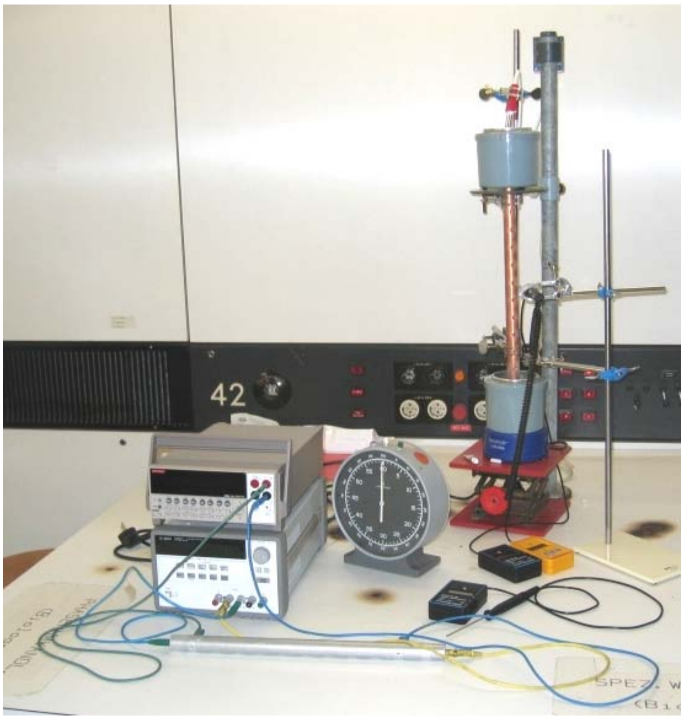
Fachrichtungen der Physik

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Physikalisches Grundpraktikum für Physiker/innen

Teil II

Wärmeleitung



WWW-Adresse Grundpraktikum Physik: http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/

Kontaktadressen der Praktikumsleiter:

Dr. Manfred Deicher
Zimmer: 1.11, Gebäude E 2.6
e-mail: manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-58198

Dr. Patrick Huber
Zimmer: 3.23, Gebäude E2.6
e-mail: p.huber@physik.uni-saarland.de
Telefon: 0681/302-3944

1. Stoffgebiet

- Wärmeleitung
- Elektrische Leitung
- Diffusion
- Temperaturmessung

2. Literatur

- P.A. Tipler, G. Mosca, *Physik*
  2. Auflage (Elsevier, München 2004)
  Kap. 20.4

- Bergmann-Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik*
  Band 1 Mechanik Akustik Wärme, 10.Aufl. (Walter de Gruyter, Berlin 199)
  S. 657

- D. Gerschke, *Physikalisches Praktikum*
  12. Auflage (Teubner, Stuttgart 2001)
  S. 139

3. Fragen

1. Welche Arten von Wärmeübertragung gibt es? Welche treten im Vakuum, welche in Gasen und welche in Festkörpern auf? Erklären Sie die Wärmeisolation einer Thermosflasche.

2. Warum sind Metalle bei Zimmertemperatur bessere Wärmeleiter als Isolatoren? Wie lautet das Wiedemann-Franz-Gesetz?

3. Erklären Sie die Begriffe: Wirkung, Leistung, Energiestrom, Energiestromdichte und Energiedichte.

4. Erläutern Sie die Analogien der Gesetze, die die Wärmeleitfähigkeit und die die elektrische Leitfähigkeit beschreiben.

5. Die Transportphänomene werden mittels der abstrahierten schematischen Gleichung $\vec{j} = -\sigma \,\mathrm{grad} V$ beschrieben ($\vec{j}$: verallgemeinerte Stromdichte, σ: Transportkoeffizient, V: verallgemeinertes Potential). Wie heißen die auftretenden Größen im konkreten Fall der elektrischen Leitung, der Wärmeleitung und der Diffusion?

6. Längs eines 50 cm langen Stabes (λ = 150 $\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$) besteht folgendes Temperaturgefälle: $T(x) = a/(x + b) + c$ mit a = 300 Km, b = 1 m und c = 73,16 K. Zeichnen Sie quantitativ das Temperaturgefälle $T = T(x)$ längs des Stabes und berechnen Sie die Wärmestromdichte in der Mitte des Stabes.

7. Was versteht man unter Anisotropie? Zählen Sie einige anisotrope Eigenschaften von Festkörpern auf.

4. Grundlagen

Der Transport von Wärme kann durch Wärmeleitung, durch elektromagnetische Strahlung und durch Transport von „warmer“ Materie erfolgen. Den Wärmetransport, der mit Materietransport verknüpft ist, nennt man in Gasen und Flüssigkeiten Konvektion. Die Wärmeübertragung durch Strahlung ist nicht an Materie gebunden; sie beruht darauf, dass jeder Körper ein für seine jeweilige Temperatur charakteristisches Strahlungsspektrum (vom Infraroten bis zum Ultravioletten) emittiert, das von Körpern in der Umgebung absorbiert wird. Die Wärmeleitung schließlich ist an Materie gebunden und geschieht dadurch, dass Energieträger (z. B. Atome, Elektronen) Energie aufnehmen und wieder abgeben, dabei aber (im Gegensatz zur Konvektion) nicht selbst mittransportiert werden. In Gasen sind die Energieträger die Gasmoleküle oder -atome. In Festkörpern wird die Wärme durch Gitterschwingungen (Phononen) übertragen; in Metallen tritt ein zusätzlicher oft dominierender Energietransport durch die freien Elektronen auf. Da die freien Elektronen auch für die elektrische Leitung verantwortlich sind, besteht für Metalle ein proportionaler Zusammenhang zwischen Wärmeleitfähigkeit und elektrischer Leitfähigkeit (Wiedemann-Franzsches Gesetz).

In einem abgeschlossenen System verläuft der Wärmetransport stets so, dass eine Gleichverteilung der Temperatur angestrebt wird. Tritt also in einem Körper ein Temperaturgefälle (Temperaturgradient) auf, so fließt ein Wärmestrom von dem Ort höherer Temperatur zu dem Ort geringerer Temperatur. Die Wärmestromdichte ist der Wärmestrom, der durch ein Flächenelement dA hindurchtritt. In einem isotropen Körper ist die Wärmestromdichte $\vec{j}$ dem negativen Temperaturgradienten -grad$T$ proportional:

$$\vec{j} = -\lambda \,\mathrm{grad}T \tag{1}$$

grad$T$ ist ein Vektor, der sich in z.B. kartesischen Koordinaten darstellen lässt als:

$$\mathrm{grad}T = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right) \tag{2}$$

Die Proportionalitätskonstante λ heißt Wärmeleitfähigkeit. Das negative Vorzeichen in Gl. (1) berücksichtigt die Richtung des Wärmestromes von höheren zu tieferen Temperaturen. Die Dimension von λ ist $\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$. In vielen Kristallen ist die Wärmeleitfähigkeit anisotrop, also von der Kristallrichtung abhängig. In einem isolierten Stab der Länge L mit dem Querschnitt A, zwischen dessen Enden die Temperaturdifferenz ΔT anliegt, ist der Temperaturgradient im stationären Zustand konstant,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\Delta T}{L} \tag{3}$$

und damit ist auch die Wärmestromdichte konstant:

$$j = -\lambda \frac{\Delta T}{L} \tag{4}$$

Für den gesamten Wärmestrom

$$I_W = jA = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{L} \tag{5}$$

gilt daher eine dem Ohmschen Gesetz analoge Gleichung:

$$\Delta T = R_W I_W \tag{6}$$

wobei R_W der Wärmewiderstand des Stabes

$$R_W = \frac{1}{\lambda}\frac{L}{A} \tag{7}$$

ist.

Aus einer Messung von ΔT und I_W lässt sich bei bekannter Geometrie des Stabes die Wärmeleitfähigkeit λ absolut bestimmen. Analog zur elektrischen Leitfähigkeit lässt sich auch eine thermische Leitfähigkeit für ein Material der Dichte ρ und der spezifischen Wärmekapazität c definieren

$$\sigma_W = \frac{\lambda}{\rho c} \tag{8}$$

Es lässt sich zeigen, dass für die Ausbreitung der Temperatur eine Differentialgleichung gilt, die dem 2. Fickschen Gesetz für die Diffusion von Atomen in einem Kristall entspricht:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \sigma_W \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{9}$$

In Metallen wird sowohl die thermische als auch die elektrische Leitfähigkeit durch die Leitungselektronen bestimmt. Im Rahmen des Modells eines „freien Elektronengases" in Metallen ergibt sich ein universeller Zusammenhang zwischen Wärmeleitfähigkeit λ und elektrischer Leitfähigkeit σ herstellen:

$$\frac{\lambda}{\sigma T} = L = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k_B}{e}\right)^2 = 2{,}45\times 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}\Omega}{\mathrm{K}^2} \tag{10}$$

Für viele Metalle ist diese Beziehung trotz der vereinfachenden Annahmen des Modells des „freien Elektronengases" gut erfüllt. Die Größe L wird als Lorenz-Zahl bezeichnet.

5. Versuchdurchführung

Die Apparatur dient zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von Kupfer und von Aluminium. Sie besteht aus zwei Kalorimetertöpfen, die als Wärmespeicher mit Eiswasser (unten) und siedendem Wasser (oben) gefüllt sind (siehe Abb. 1). Der obere Kalorimetertopf besitzt im Boden einen Wärmeleitanschluss, d.h. eine zylindrische Aussparung zur Aufnahme des zu untersuchenden Wärmeleitstabes.

Die Wärmeleitstäbe bestehen aus massivem Kupfer bzw. Aluminium und sind mit Kunststoff ummantelt, um die seitlichen Wärmeverluste zu vermindern. Zum Einschieben des Stabes in den Wärmleitanschluss des oberen Kalorimeters ist ein Stabende etwa 2 cm isolierungsfrei. Zur Messung des Temperaturverlaufs sind längs der Stäbe 10 äquidistante Messpunkte angebracht.

Die Wärmeleitstäbe eignen sich auch zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit und damit zur Bestätigung des Wiedemann-Franzschen Gesetzes (Proportionalität zwischen Wärmeleitfähigkeit und elektrischer Leitfähigkeit bei Metallen). Zum Anschließen von elektrischen Verbindungsleitungen (Stromeinspeisung) befindet sich in jeder der Endflächen eine 4-mm-Bohrung. Zwei seitliche 4-mm-Bohrungen dienen zum Abgreifen des Spannungsabfalls längs des Stabes.

5.1 Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters

Zur Bestimmung der Wärmekapazität des unteren Kalorimeters führen Sie folgende Messungen durch:

- Bestimmen sie das Gewicht des Kalorimeters.
- Bringen Sie Wasser in einem Kocher zu Sieden und messen Sie die Temperatur des Wassers und die Raumtemperatur .
- Füllen Sie das Kalorimeter mit dem heißen Wasser und bestimmen Sie die Temperatur.
- Wiegen Sie das Kalorimeter mit dem Wasser zur Bestimmung der Masse des Wassers.
- Füllen Sie nun das Kalorimeter mit Eiswasser (0 °C) ohne Eisstückchen und bestimmen Sie die Temperaturerhöhung des Wassers für etwa 30 min in Zeitintervallen von 1 min. Damit erhalten Sie den Einfluss der Umgebung auf die Erwärmung des unteren Kalorimeters bei der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit.
- Vergessen Sie nicht, die Raumtemperatur zu bestimmen.

5.2 Messung der Wärmeleitfähigkeit

Bauen Sie den Versuch entsprechend Abb. 1 zunächst für den Kupferstab auf:

- Vor dem Aufbau: Messen Sie den Abstand L zwischen den beiden äußeren Temperatur-Messstellen des Stabes und bestimmen Sie die Querschnittsfläche A des Stabes.
- Sorgen Sie für guten Wärmekontakt zwischen dem oberen Topf und der Stirnfläche des Wärmeleitstabes durch Verwendung von Wärmeleitpaste (nur dünn auftragen).
- Tauchen Sie das untere Ende des Stabes in das mit Wasser gefüllte Kalorimeter.
- Bringen Sie das Wasser im unteren Kalorimeter mit Eisstückchen auf 0 °C. Rühren Sie das Wasser mit Hilfe des Magnetrührers.

- Bringen Sie Wasser im oberen Kalorimeter mit dem Tauchsieder zum Sieden und halten Sie es am Sieden. Achten sie darauf, dass der Tauchsieder immer mit Wasser bedeckt ist, sonst brennt er durch.

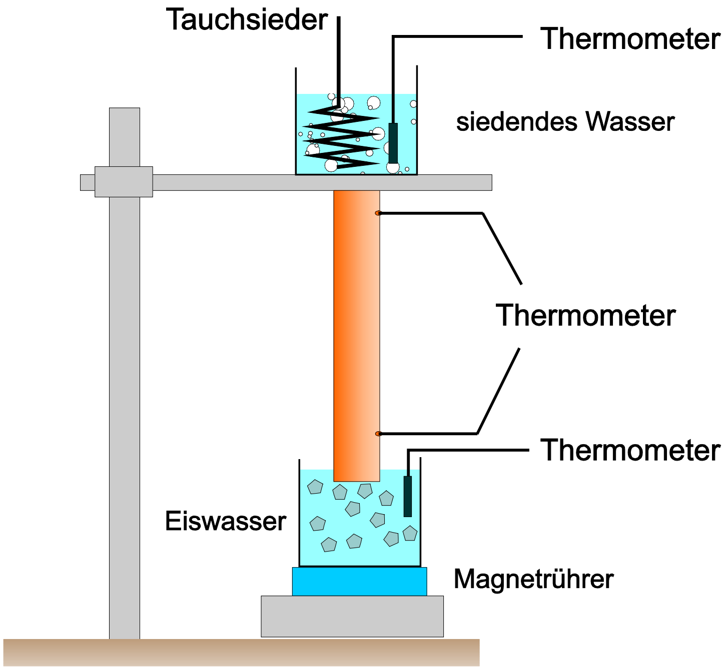


Abb. 1: Messaufbau zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit.

Zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit muss der Wärmestrom durch den Stab im stationären Zustand sein, d.h. entlang des Stabes muss sich ein konstanter Temperaturgradient einstellen:

- Warten Sie nach dem Einsetzen des Siedens ca. 5 Minuten und messen Sie dann die Temperaturen $T_1 ... T_{10}$ an den 10 äquidistanten Messstellen des Stabes. Bei denTemperaturmessungen ist ein guter Wärmekontakt zwischen Messsensor und Metallstab mit Hilfe von Wärmeleitpaste sicherzustellen.
- Tragen Sie die Messwerte als Funktion der Messstellennummer auf. Die Messpunkte sollten annähernd auf einer Geraden liegen. Ist dies nicht der Fall, so war der stationäre Zustand noch nicht erreicht und die Messung muss wiederholt werden.

Nun kann der Wärmestrom zwischen den beiden Wärmereservoiren bestimmt werden:

- Messen Sie die Siedetemperatur im oberen Kalorimeter.
- Nehmen Sie die Eisstückchen aus dem unteren Kalorimeter. Messen Sie nun unter ständigem Rühren den TemperaturanstiegΔT des Kalorimeters für etwa 5 Minuten in Intervallen von 30 Sekunden.
- Parallel dazu messen Sie die Temperaturdifferenz des Stabes zwischen den beiden äußeren Messpunkten im Abstand L.
- Beenden Sie das Experiment durch Abschalten des Tauchsieders.
- Bestimmen Sie die Masse des Wassers im unteren Topf.

Führen Sie diese Messung nun noch für den Aluminium-Stab durch.

5.3 Messung des elektrischen Widerstandes

Der elektrische Widerstand der dicken Metallstäbe ist sehr klein. Zu seiner Bestimmung muss ein hoher Strom durch die Stäbe geschickt werden, damit der Spannungsabfall über die Stäbe noch messbar ist. Der elektrische Widerstand der Stäbe liegt in der gleichen Größenordnung wie die Widerstände der für die Messung benutzen Zuleitungen. Deshalb müssen die Zuleitungen für die Stromzufuhr und die Messleitungen für den Spannungsabfall über die Stäbe voneinander getrennt sein (4-Leiter-Methode). Schließen Sie die Stromversorgung an die Enden des Stabes und das Multimeter zur Bestimmung des Spannungsabfall zwischen den zwei 4-mm-Bohrungen an, die sich im Abstand l an den Stäben befinden (siehe Abb. 2).

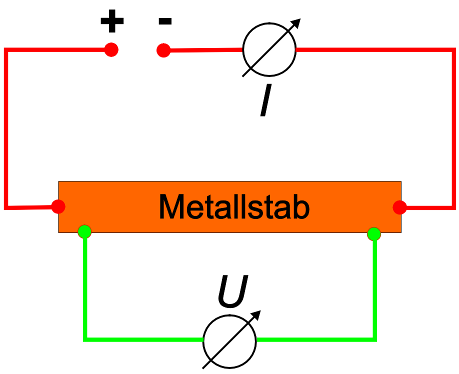


Abb. 2: Prinzip der Bestimmung des elektrischen Widerstands mit 4-Leiter-Methode.

Stellen Sie einen Strom von etwa 15 A ein und messen Sie den Spannungsabfall. Nun reduzieren Sie den Strom in Schritten von etwa 1 A und messen jeweils den Spannungsabfall.

6. Auswertung

6.1 Wärmekapazität des Kalorimeters und Umgebungseinfluss

Die Wärmekapazität des Kalorimeters erhalten Sie aus dem Mischexperiment (siehe 5.1)

$$C_{Kalorimeter} = c_W m_w \frac{T_W - T_M}{T_M - T_R} \qquad (11)$$

mit

c_W : Spez. Wärmekapazität von Wasser (4,18 kJ kg^{-1} K^{-1})
m_w: Masse Wasser
T_W: Temperatur des heißen Wassers
T_M: Mischtemperatur
T_R: Raumtemperatur

Die Wärme, die durch die Umgebung dem Kalorimeter zugeführt wird, kann aus dem Temperaturanstieg ohne Metallstab als Funktion der Zeit $T(t)$ beginnend mit der Temperatur T_0 bestimmt werden:

$$Q_U = (c_W m_W + C_{Kalorimeter})(T(t) - T_0) \qquad (12)$$

Tragen Sie in einem Diagramm Q_U als Funktion der Zeit auf.

6.2 Wärmeleitung für Kupfer und Aluminium

Tragen Sie für Kupfer und Aluminium die gemessenen Temperaturdifferenzen ΔT zwischen den beiden äußeren Messpunkten der Stäbe als Funktion der Zeit auf. Dies sollte einen näherungsweise zeitlich konstanten Verlauf von ΔT ergeben, d.h. bei der Messung war der stationäre Zustand erreicht.

Berechnen Sie nun die durch den Kupfer- bzw. Aluminiumstab transportierte Wärmeenergie als Funktion der Zeit

$$Q_{gesamt} = (c_W m_W + C_{Kalorimeter})(T(t) - T_0) \tag{13}$$

und stellen Sie sie in einem Diagramm dar.

Die durch die Metallstäbe in das Kalorimeter transportierte Wärmeenergie muss auf die durch die Umgebung in das Kalorimeter eingebrachte Wärme korrigiert werden:

$$\frac{\mathrm{d}Q_{Stab}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q_{gesamt}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}Q_U}{\mathrm{d}t} \tag{14}$$

Der Beitrag $\mathrm{d}Q_U/\mathrm{d}t$ können Sie aus der Steigung des in 6.1 erstellten Diagramms entnehmen, den Beitrag $\mathrm{d}Q_{gesamt}/\mathrm{d}t$ entnehmen Sie aus den Steigungen der Graphen für Kupfer bzw. Aluminium.

Mit dem so bestimmten Wärmestrom $\mathrm{d}Q_{Stab}/\mathrm{d}t$ und der gemittelten Temperaturdifferenz zwischen den beiden äußeren Messpunkten der Stäbe kann nun die Wärmeleitfähigkeit mit Gl. (5) berechnet werden:

$$\lambda = \frac{\frac{\mathrm{d}Q_{Stab}}{\mathrm{d}t}}{A\frac{\Delta T}{L}} \tag{15}$$

6.3 Berechnung der Lorenz-Zahl

Tragen Sie in einem Diagramm die gemessenen Spannungsabfälle als Funktion des Stromes auf und bestimmen Sie aus der Steigung den elektrischen Widerstand ($U = RI$). Die elektrische Leitfähigkeit ist durch den Widerstand R und die Geometrie des Leiters bestimmt:

$$\sigma = \frac{l}{A}\frac{1}{R} \tag{16}$$

Berechnen Sie nach Gl. (10) die Lorenz-Zahl für Raumtemperatur.

Versuchen Sie, aus Lehrbüchern oder dem Internet, die Literaturwerte für λ, σ und die Lorenz-Zahl L für Kupfer und Aluminium zu finden und vergleichen Sie diese mit Ihren Ergebnissen.