Fachrichtungen der Physik

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

Physikalisches Grundpraktikum für Physiker/innen

Teil II

Optische Materialkonstanten

WWW-Adresse Grundpraktikum Physik: http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/

Kontaktadressen der Praktikumsleiter:

Dr. Manfred Deicher
Zimmer: 1.11, Gebäude E 2.6
e-mail: manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-58198

Dr. Patrick Huber
Zimmer: 3.23, Gebäude E2.6
e-mail: p.huber@physik.uni-saarland.de
Telefon: 0681/302-3944

OPTISCHE MATERIALKONSTANTEN

Stoffgebiet Ausbreitung elektromagnetischer Wellen

Brechung

Dispersion

Absorption

Reflexion

Emissions- und Absorptionsspektren

Spektralapparate

Fragen:

1. Was versteht man unter einer Materialkonstanten ?

2. Nennen Sie je zwei Materialkonstanten aus den Gebieten Mechanik, Wärmelehre, E-Lehre und Optik.

3. Was versteht man unter der Dualität des Lichtes ?

4. Was versteht man unter dem Poynting-Vektor ?

5. a) Wie ist der Brechungsindex definiert, und wie lautet das Snelliussche Brechungsgesetz ?
   b) Was bedeuten normale und anomale Dispersion ?

6. Wie unterscheiden sich die Absorptionsspektren von Festkörpern oder Flüssigkeiten von denen gasförmiger Stoffe ?

7. Wie lautet das Reflexionsgesetz ?
   Fällt ein Lichtstrahl senkrecht auf einen nichtabsorbierenden Stoff mit ebener Grenzfläche, so gilt: $R = \left[(n-1)/(n+1)\right]^2$.
   Wieviel Prozent werden also von einer Grenzfläche mit n=1.5 reflektiert?

8. Berechnen Sie mit Gleichung (1) die Zusammenhänge von ε_1 bzw. ε_2 mit n und k.

9. Man leite Gleichung (9) für die von einer absorbierenden Platte durchgelassene Intensität her.

10. Was versteht man unter Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit einer Welle ?

Grundlagen:

Absorptionsfreie Spektralbereiche

Äußere elektrische Felder vermögen Materie zu polarisieren. Im Falle elektrostatischer oder langsam veränderlicher Felder ist diese Polarisierung mit dem Kondensator meßbar, und zu ihrer Beschreibung dient als Materialkonstante die **Dielektrizitätskonstante**.
Auch elektromagnetische Wellen sehr hoher (optischer) Frequenzen treten im wesentlichen über ihr elektrisches Feld in Wechselwirkung mit Materie, und zur Beschreibung dieser Wechselwirkung werden die **Hochfrequenz-Dielektrizitätskonstante ε** oder der **Brechungsindex n** verwendet. Beide sind Funktionen der Kreisfrequenz ω bzw. der Wellenlänge λ des Lichtes. Zwischen ihnen gilt die Beziehung

$$\varepsilon(\omega) = \left[\mathrm{n}(\omega)\right]^2 \qquad (1)$$

Anmerkungen:
Im allgemeinen sind - analog zum Beispiel der elastischen Materialkonstanten - die optischen Materialkonstanten von der Ausbreitungsrichtung der Welle im Material abhängig, stellen also Tensoren dar (Beispiel: Einkristalle mit niedriger Kristall-Symmetrie). Viele Stoffe jedoch sind isotrop, so daß sich ihre optischen Materialkonstanten auf skalare Größen reduzieren.

Wie die elastischen Konstanten beschreiben die optischen Konstanten die lineare Reaktion der Materie auf das Feld, also nur den Bereich, wo der Betrag der dielektrischen Verschiebung proportional zum Betrag der elektrischen Feldstärke ist. Manche Laser können jedoch so hohe Feldstärken erzeugen, daß dieser Proportionalitätsbereich überschritten wird („Nichtlineare Optik“).

Gleichung (1) gilt unter der Voraussetzung, daß die Permeabilität des Stoffes μ=1 ist. Dies gilt im optischen Spektralbereich praktisch immer.

Im weiteren soll angenommen werden, daß ein Monochromator aus dem von der Lichtquelle ausgesandten Gemisch von Strahlung verschiedener

Wellenlängen Wellen herausgefiltert habe, die näherungsweise eben und monochromatisch mit der Kreisfrequenz ω sind. Durchlaufen diese einen Stoff mit dem Brechungsindex n, so läßt sich ihre elektrische Feldstärke E folgendermaßen beschreiben:

(2) $$E(\omega) = E_0 \cdot \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{x}{c} n(\omega)\right)\right\}$$

Dabei bedeuten: E_0 = Amplitude ; i = imaginäre Einheit ; t = Zeit ;
x = Raumkoordinate in Ausbreitungsrichtung der Welle;
c = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

Spektralbereiche mit Absorption

Variiert man die Frequenz der Strahlung, so zeigt sich: In gewissen Frequenz- bzw. Spektralbereichen werden den Stoff durchlaufende Wellen gedämpft; der Stoff absorbiert. Diese Absorption kann durch Atome, Moleküle, Ionen oder auch durch Anregungen von Schwingungen des Kristallgitters oder (in Metallen) durch die Leitungselektronen erfolgen.

Die Amplitude der Welle nimmt dann beim Durchlaufen des Stoffes exponentiell ab, und man führt zu ihrer Beschreibung die frequenzabhängige **Absorptionskonstante** K(ω) ein:

(3) $$E(\omega) = E_0 \cdot \exp\left\{\frac{-K(\omega)}{2} x\right\} \cdot \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{x}{c} n(\omega)\right)\right\}$$

wobei $E_0 \cdot \exp\left\{\frac{-K(\omega)}{2} x\right\}$ die infolge der Absorption nun ortsabhängige Amplitude darstellt. Der Messung zugänglich ist jedoch nicht die Feldstärke, sondern der zeitliche Mittelwert der ihrem Quadrat proportionalen Intensität I(ω). Dieser klingt im Innern des absorbierenden Stoffes gemäß der Beziehung

(4) $$I(\omega) = I_0 \cdot \exp\{-K(\omega) \cdot x\}$$

ab, wie man aus Gleichung (3) erkennt. I_0 ist der zeitliche Mittelwert der Intensität am Ort x = 0, d.h. bei Eintritt in das absorbierende Medium.
Anstelle von K wird häufig auch der **Absorptionskoeffizient** $\kappa = K \cdot c/2\omega$ verwendet. Setzt man ihn in Gl.(3) ein, so erhält man durch eine einfache Umformung eine der Gl.(2) ähnliche Beziehung:

$$E(\omega) = E_0 \cdot \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{x}{c}\bar{n}(\omega)\right)\right\} \tag{5}$$

wobei $\bar{n}$ eine komplexe Größe, den komplexen Brechungsindex, bedeutet, der sich aus n und k zusammensetzt:

$$\bar{n}(\omega) = n(\omega) + i\,k(\omega) \tag{6}$$

Nimmt man an, Gl.(1) gelte auch für absorbierende Stoffe, so kann man mit dieser Gleichung die komplexe **Hochfrequenz-Dielektrizitätskonstante** definieren:

$$\bar{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\,\varepsilon_2(\omega) \tag{7}$$

Der Zusammenhang von ε_1 und ε_2 mit n und k ist durch Gl.(1) festgelegt. Realteil ε_1 und Imaginärteil ε_2 haben einfache physikalische Bedeutungen: ε_1 beschreibt die Polarisation des absorbierenden Stoffes, ε_2 ist ein Maß für die pro Zeiteinheit absorbierte Energie.
Die optischen Konstanten $\bar{\varepsilon}(\omega)$ bzw. $\bar{n}(\omega)$ bestimmen nicht nur Farbe und Aussehen der Materie, vielmehr sind die Meßwerte der optischen Material-konstanten auch geeignet, wesentliche Aussagen über den atomaren Aufbau und das physikalische Verhalten kondensierter Materie zu liefern. Dabei ist es weitgehend willkürlich, ob man den komplexen Brechungsindex $\bar{n}(\omega)$ oder die komplexe Dielektrizitätskonstante $\bar{\varepsilon}(\omega)$ zur Beschreibung der Wechsel-wirkung des Lichtes mit Materie verwendet.
Bisher wurde nur die im **Innern** eines Stoffes laufende Welle betrachtet. Aber auch an den **Grenzflächen** zwischen Materie und Vakuum bzw. zwischen zwei verschiedenen Stoffen wird die Welle verändert: Ein Teil der auftreffenden Strahlung wird reflektiert.
Am einfachsten beschreibt man diesen Anteil, wenn man das **Reflexionsvermögen** $R(\omega)$ einführt:

$$I_{refl} = R(\omega) \cdot I_{einf} \tag{8}$$

wobei I_{einf} und I_{ref} die einfallende und die reflektierte Intensität bedeuten. $R(\omega)$ ist abhängig von den optischen Materialkonstanten und zusätzlich vom Einfallswinkel.
Nun können wir den Weg einer Lichtwelle durch eine planparallele, absorbierende Probe der Dicke d verfolgen:
Die einfallende Intensität I_{einf} wird beim Auftreffen auf die erste Grenzfläche um den Anteil I_{ref} geschwächt. Der in den Stoff eindringende Teil der Strahlung erfährt beim Durchlaufen der Probe eine Dämpfung gemäß Gl.(4) und trifft dann auf die zweite Grenzfläche. Wieder wird ein Teil reflektiert. Den durchgelassenen Anteil der Strahlung wollen wir mit I_{durch} bezeichnen. Er kann dann hinter der Probe mit einem Photometer gemessen werden.

Anmerkung:
Der an der zweiten Grenzfläche reflektierte Strahl wird beim Auftreffen auf die erste Grenzfläche wieder teilweise reflektiert, durchläuft nochmals die Probe und so fort. Meist kann man diese vielfach reflektierten Anteile wegen ihrer geringen Intensität außer acht lassen. Dies soll auch hier geschehen.

Mit Gl.(4) und Gl.(8) erhält man für die durchgelassene Intensität:

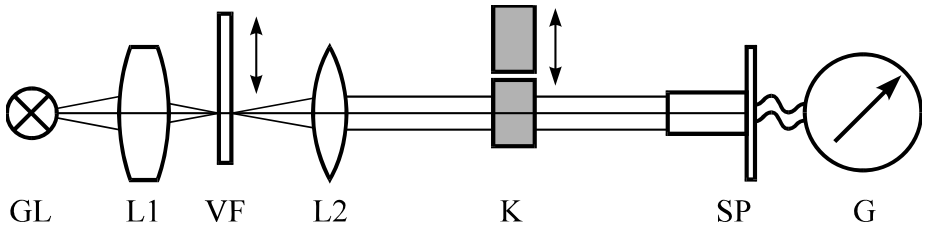
(9) $$\underline{I_{durch}(\omega) = [1 - R(\omega)]^2 \cdot \exp\{-K(\omega) \cdot d\} \cdot I_{einf}(\omega)}$$

Aus dem Energieerhaltungssatz folgt, daß die Summe aus reflektierter Intensität, absorbierter Intensität I_{abs} und durchgelassener Intensität gleich der einfallenden Intensität ist:

(10) $$I_{einf}(\omega) = I_{refl}(\omega) + I_{abs}(\omega) + I_{durch}(\omega)$$

Aufgabe 1
Man messe das Absorptionsspektrum (genauer: den spektralen Verlauf der Größe $\exp\{+K(\lambda)d\}$) einer wäßrigen Farbstofflösung im Wellenlängen-bereich 450 nm $\leq \lambda \leq$ 700 nm und stelle es graphisch dar.

Meßanordnung:
Als Lichtquelle dient die Glühlampe GL, deren Strahlung zur spektralen Zerlegung durch das Linsensystem L1 auf ein Verlauf-Interferenzfilter VF gebündelt wird. Durch seitliche Verschiebung des Filters kann man den spektralen Durchlassbereich verändern. Die mittlere Wellenlänge der durchgelassenen Strahlung wird an der in nm geeichten Skala abgelesen (Die spektrale Bandbreite des durchgelassenen Lichtes beträgt etwa 15 nm).



Die Linse L2 erzeugt ein Parallelbündel, das dann auf die mit der Farbstofflösung gefüllte Küvette K trifft. Für Aufgabe 2 der Versuche A,B und C kann diese um ihre vertikale Achse gedreht werden. Mit Hilfe einer Verschiebevorrichtung kann man die Küvette gegen eine zweite Küvette austauschen. Die durchgelassene Intensität trifft dann auf ein Sperrschicht-Photoelement SP, dessen Photostrom durch das Galvanometer G angezeigt wird.

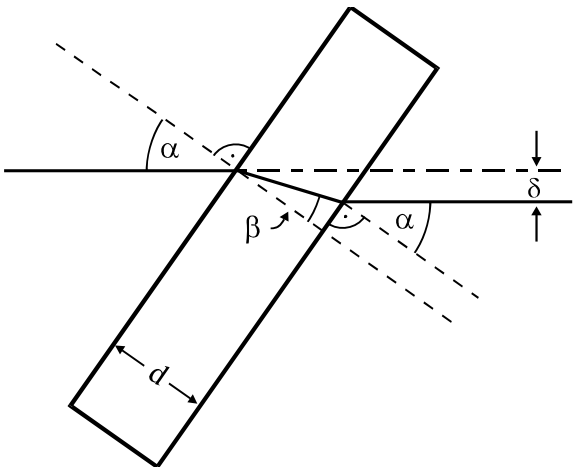
Versuchsdurchführung:
Aus Gl.(9) erkennt man, daß I_{durch} von K und R abhängt. In unserem Versuch wird durch einen Trick der Einfluß von R eliminiert, so daß man das Absorptionsspektrum unverfälscht erhält. Da nämlich die wäßrige Farbstofflösung stark verdünnt ist, ist die reflektierte Strahlung praktisch gleich der an einer mit reinem Lösungs**mittel** gefüllten Küvette. Mißt man nun die Intensität hinter einer mit reinem Wasser gefüllten Küvette, so erhält man $\underline{[1-R(\omega)]^2 \cdot I_{einf}(\omega)}$. Schiebt man dann die mit der Lösung gefüllte Küvette in den Strahlengang und mißt I_{durch}, so liefert der Quotient beider Meßwerte nach Gl.(9) direkt die Größe $\exp\{+K(\lambda)\, d\}$.
(Da die Küvettendicke d bekannt ist, kann man daraus die Funktion $K(\lambda)$ selbst ermitteln; dies ist in unserem Versuch jedoch nicht verlangt.)

Zur Messung:
Zuerst werden die Küvetten mit aqua dest. gereinigt und außen getrocknet. Dann füllt man die beiden Küvetten randvoll mit der Farbstofflösung bzw. mit aqua dest. Es dürfen sich dabei keine Luftblasen an den Fenstern bilden. (**Achtung:** Flecken des Farbstoffes sind aus der Kleidung kaum zu entfernen!) Achten Sie beim Aufsetzen der Küvette darauf, daß deren Fenster auf Augenmaß-Genauigkeit senkrecht zur optischen Bank stehen. Dann justiert man das Galvanometer mit dem Drehknopf auf der Oberseite vorsichtig auf Null ein, indem man den Strahl vor dem Lichtschutzrohr des Empfängers mit der Hand abdeckt. Die Wellenlängen werden am Filter in Schritten von 10 nm eingestellt. Zuerst mißt man die Galvanometeranzeige mit der H_2O-gefüllten Küvette im Strahlengang. Schlägt der Lichtzeiger **über** die Skala hinaus, oder liegt die Anzeige **unter** etwa 80 Skaleneinheiten, so muß durch Umschalten des Trafos die Lampenspannung geeignet nachgeregelt werden. Dann wird die Meßküvette in den Strahlengang gebracht, und man notiert wieder den Galvanometerausschlag (Kontrollieren Sie mehrfach während der Messung, ob sich die Nullpunkts-Justierung des Galvanometers verändert hat !).
Achten Sie darauf, weder die Küvettenfenster noch die Linsen und Filter zu berühren!
Zur graphischen Darstellung verwenden Sie semi-logarithmisches Papier, das Sie von Ihrem Assistenten erhalten.

Aufgabe 2
(für die Versuche A,B,C)

Man bestimme den Brechungsindex n der Farbstofflösung im absorptionsfreien Teil des Spektrums aus der Parallelverschiebung des Lichtbündels.

Versuchsdurchführung:
Aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz folgt, daß ein Lichtstrahl bei Durchgang durch eine schrägstehende, planparallele Platte parallel zu seiner ursprünglichen Richtung verschoben wird. Aus dieser Verschiebung δ läßt sich der Brechungsindex des Plattenmaterials ermitteln, wenn man den Einfallswinkel α und die Schichtdicke d kennt. In unserem Versuch sind die Küvetten drehbar, wobei der Winkel α direkt



ablesbar ist. Zur Beobachtung wird das Photoelement durch ein Okular mit Fadenkreuz ersetzt, das auf der optischen Bank aufgesetzt wird. Beobachtet wird das Bild eines nahe an L1 angebrachten Fadens. Falls es unscharf erscheint, muß der das Okular tragende Reiter auf der optischen Bank verschoben werden. Zuerst stellt man den Winkel $\alpha=0^\circ$ ein. Durch Verschiebung des Okulars bringt man dann das Bild des Fadens in den Schnittpunkt des Fadenkreuzes. Wenn die Küvette gedreht wird, wandert es im Okular. Das Okular wird nun mit Hilfe einer Drehspindel soweit verschoben, bis das Bild des Fadens in der Fadenkreuz-Mitte liegt. Die Verschiebung ist gleich der Strahl-versetzung δ und läßt sich an der in Einheiten von 1/100 mm geteilten Spindel ablesen.

Vorsicht:
Wegen des toten Ganges der Spindel soll die Verschiebung stets in einer Richtung erfolgen !

Der Zusammenhang zwischen n,d,α und δ läßt sich in folgender Weise am einfachsten auswerten:
Es gilt:

$$\tan\beta = \tan\alpha - \frac{\delta}{\cos\alpha \cdot d} \qquad (11)$$

β ist der Brechungswinkel. Man berechne nun aus den gemessenen Größen δ und α und der Küvettendicke d=32mm mit Gl.(11) den tan(β), sucht dazu mit dem Taschenrechner sin(β) und setzt diese Größe in das Snelliussche Brechungsgesetz ein. Dieses liefert dann den gesuchten Brechungsindex n(λ).
Man bestimme so den Brechungsindex der Farbstofflösung für α=20°, 30°, 40° und 50° und bilde den Mittelwert. Wie groß ist der Fehler des Mittelwertes ?

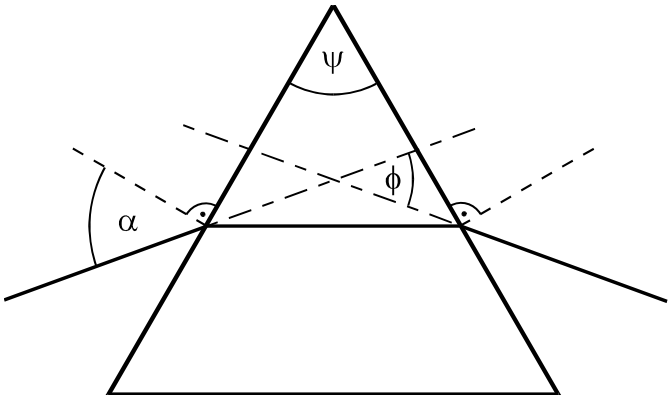
Aufgabe2
(für Versuch D)

Man bestimme den Brechungsindex eines Glases bei der Wellenlänge λ=600 nm mit dem Goniometer aus der Brechung des Lichtes an einem Prisma.

Versuchsdurchführung:
Beim Durchgang durch ein dreiseitiges Prisma erfährt ein Lichtstrahl eine zweimalige Ablenkung nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz. Die totale Ablenkung ϕ ist minimal bei **symmetrischem** Strahlendurchgang und das Brechungsgesetz liefert für diesen Fall:

(12) $$n = \sin\tfrac{1}{2}(\phi + \psi) \,/\, \sin(\tfrac{1}{2}\psi)$$

wobei ψ der Prismenwinkel ist.
Mit Hilfe dieser Beziehung kann man den Brechungsindex n bestimmen, wenn man ϕ für eine bestimmte Wellenlänge mißt und den Winkel ψ kennt.



Zur Messung von ϕ wird ein **Spektrometer** verwendet. Dieses wird vor der optischen Bank in die vorgezeichnete Position gebracht, und der Eintrittsspalt wird durch einen zwischen VF und L2 auf die optische Bank gestellten konkaven Umlenkspiegel beleuchtet. Zuerst muß das Spektrometer justiert werden. Dazu wird mittels der Autokollimationsmethode (siehe Versuch: Geometrische Optik) das Fernrohr auf unendlich eingestellt. Erscheint dann das Spaltbild nicht scharf im Okular des Fernrohres, so muß der Eintrittsspalt so lange verschoben werden, bis sein Bild scharf ist. Dann liegt der Spalt in der Brennebene der Kollimatorlinse. Danach wird die Winkeleinstellung des Fernrohres bei Beobachtung des unabgelenkten Strahles abgelesen, wobei das Bild der festen Spaltbacke auf den Schnittpunkt des Fadenkreuzes eingestellt wird. Die genaue Winkelablesung erfolgt mit dem Nonius. Mit dem 0°-Teilstrich des Nonius kann man zunächst bis auf ein Viertel Grad

= 15' genau den Winkel ablesen. Mit dem Nonius selbst lassen sich die letzten 15' auf 1/2' bzw. 1/4' genau ablesen. Machen Sie sich die Funktionsweise des Nonius selbst klar. Die Einstellung wird fünfmal wiederholt, damit man einen arithmetischen Mittelwert bilden kann.
Bringt man nun das Prisma in den Strahlengang, so wird der Strahl gebrochen. Man sucht diesen mit dem Fernrohr auf und dreht dann den Prismentisch mit dem Prisma in der Richtung, in welcher der Winkel der Strahlablenkung kleiner wird. Im gleichen Drehsinn muß man das Fernrohr mitbewegen, um das Spaltbild im Fadenkreuz zu behalten. Den Winkel der minimalen Strahlablenkung hat man gefunden, wenn die Verschiebung des Spaltbildes ihre Richtung umkehrt, obwohl der Prismentisch im gleichen Drehsinn weiterbewegt wird. Auch diese Einstellung wird fünfmal wieder-holt und der Mittelwert gebildet. Die Differenz beider gemessener Winkel ergibt ϕ. Mit Gl.(12) wird nun der Brechungsindex des Glases bestimmt. Der Prismenwinkel ψ beträgt 60°± 0.2°. Man bestimme den durch die Fehler von ϕ und ψ bedingten Fehler in n.

Aufgabe2
(für Gruppe E)

PHYSIKER FÜHREN DEN TEILVERSUCH E DURCH!

Man bestimme den Brechungsindex einer durchsichtigen Flüssigkeit bei der Wellenlänge λ_0= 657 nm durch Messung der Lichtgeschwindigkeit.

Versuchsdurchführung:
Der Brechungsindex eines Stoffes ist definiert durch das Verhältnis der Phasengeschwindigkeit des Lichtes im Vakuum und im Stoff:

$$\underline{n = c_{vak} / c_{medium}} \qquad (13)$$

Der genaueste Meßwert von c_{vak} ist heute: c_{vak} = 299 792 458 ± 1.2 m/s

Entsprechend ist der „Gruppenbrechungsindex“ definiert als Verhältnis der Gruppengeschwindigkeiten:

$$\underline{n_G = c_{vak,G} / c_{medium,G}} \qquad (14)$$

Die direkte Methode, $c_{medium,\ G}$ zu messen, ist die Laufzeitmethode: Man mißt die Zeit t, die eine Lichtwelle zum Durchlaufen einer Strecke s benötigt. Um eine Momentanposition der Welle zu markieren, muß die Welle moduliert werden (z.B.: Erzeugung von Lichtimpulsen). Im vorliegenden Versuch wird die Lichtintensität einer lichtemittierenden Diode (LED) sinusförmig mit einer festen Frequenz von ν = 50 MHz moduliert:

$$I = I_0 + I' \cdot \sin(2\pi\nu \cdot t) \tag{15}$$

Die Laufzeit $\tau = t_2 - t_1$ (wobei t_1 und t_2 die Zeiten am Anfang und am Ende der Laufstrecke $s = x_2 - x_1$ bedeuten soll) ist dann an der Phasenverschiebung der Modulation der Lichtwelle abzulesen :

(6)
$$x = x_1\ ; t = t_1: \quad I(x_1, t_1) = I_O + I' \cdot \sin\left\{2\pi(\nu t_1 - \frac{x_1}{\lambda})\right\}$$

$$x = x_2\ ;\ t = t_2: \quad I(x_2, t_2) = I_O + I' \cdot \sin\left\{2\pi(\nu t_2 - \frac{x_2}{\lambda})\right\}$$

$$= I_O + I' \cdot \sin\left\{2\pi\nu t_1 + \phi - (2\pi\frac{x_1}{\lambda}) - \Delta\right\}$$

mit den Verschiebungen

(16')
$$\phi = 2\pi\nu\tau \ ;\ \Delta = (2\pi/\lambda)\ s$$

wobei λ die Modulationswellenlänge ist.

Verfolgen wir nun die Bewegung eines Maximums von I :
Trifft dieses in x_2 ein, so gilt : $I(x_2, t_2) = I(x_1, t_1)$ und damit

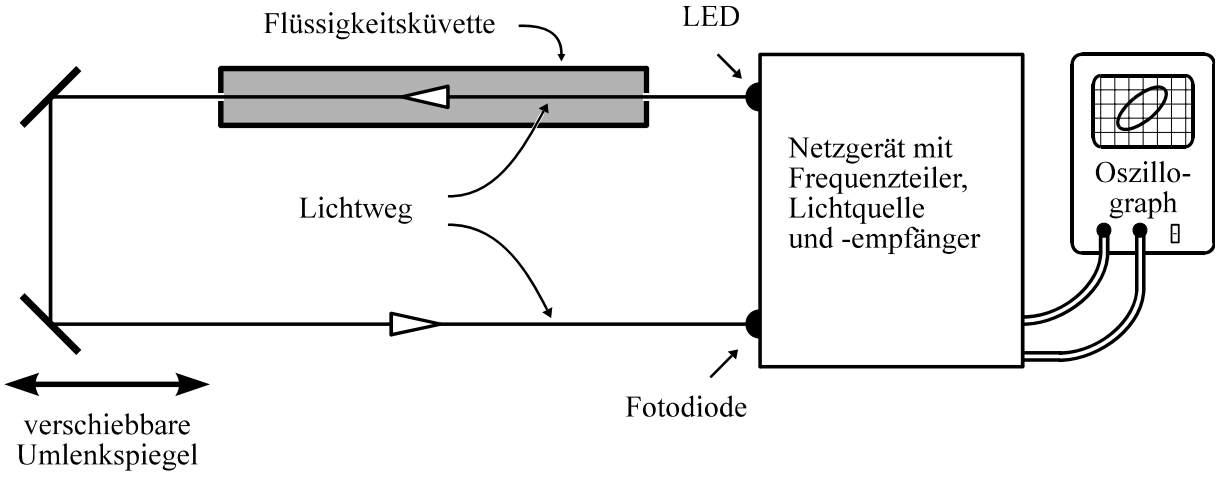
$$\phi - \Delta = 0$$

Daher ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit

(17)
$$c = s/\tau = \lambda\nu$$

(λ und ν beziehen sich hier auf die Modulation; zusätzlich schwingen der elektrische und der magnetische Vektor des Lichtes mit der wesentlich höheren Lichtfrequenz $\nu_0 = 4{,}56 \cdot 10^{14}$ Hz, die zu der Lichtwellenlänge λ_0 gehört !)

Versuchsaufbau:



(a) Messung der Lichtgeschwindigkeit :

Die Phasenverschiebung ϕ ist meßbar, wenn man am Ende der Laufstrecke s eine Photodiode als Lichtempfänger anbringt und die Phase ihres Signals mit der Phase des direkten Modulationssignals der emittierenden Photodiode vergleicht.
In unserem Versuch läßt sich ϕ auf dem Schirm eines Zweikanal-oszillographen direkt ablesen, wenn die beiden Signale auf die zwei Kanäle geschaltet werden. Eine andere einfache Methode, Phasenmessungen durchzuführen, ist, eine Lissajous-Figur auf dem Oszillographenschirm zu erzeugen. Dazu legt man die Modulationsspannung an die X-Ablenkung und das Empfängersignal an die Y-Ablenkung. (X-Ablenkung des Oszillographen auf "X via B"stellen !) Im allgemeinen erhält man dann eine Ellipse. Durch Veränderung des Lichtweges s (Verschiebung der Umlenkspiegel S_1 und S_2 ; siehe Skizze) kann man eine Gerade mit positiver Steigung erhalten, deren Ausbildung

besonders genau kontrollierbar ist. Sie entsteht, wenn die Phasendifferenz (modulo 2π) Null ist. Verschiebt man nun die Spiegel so lange, bis (über Ellipse, Kreis und wieder Ellipse) eine Gerade negativer Steigung entsteht, so ist die dadurch bewirkte Phasenverschiebung $\phi=\pi$. War dazu eine Verschiebung um die Strecke s_1 nötig (der Lichtweg wird dabei um $2s_1= s_2$ verändert), so ergibt sich aus (17) die Ausbreitungsgeschwindigkeit c. s_1 wird als Mittelwert aus 10 Einzelmessungen bestimmt. Geben Sie die Standardabweichung für c an.

(b) Messung des Brechungsindex:

Läßt man das Lichtbündel durch eine durchsichtige Flüssigkeit mit dem Brechungsindex n laufen, so vergrößert sich die Laufzeit τ gemäß

(19) $$\tau_{Flüss.} / \tau_{Vakuum} = n$$

Der Brechungsindex von Luft unter Normalbedingungen im sichtbaren Spektralbereich beträgt n=1,0003, so daß wir für den Versuch setzen können: $n_{Luft} = 1$.
Dann ist:

(19´) $$\tau_{Flüss.} / \tau_{Luft} = n$$

Ebenso können wir setzen : $c_{Luft} = c_{Vakuum}$

Befinden sich die Umlenkspiegel aus Teilversuch (a) in der 0°-Position (damit ist gemeint, daß die Lissajous-Figur eine Gerade mit positiver Steigung ist), und bringen wir eine mit der Meßflüssigkeit gefüllte Küvette der Länge L in den Lichtweg, so wird die Ausbreitung verzögert, und auf dem Oszillographenschirm ist eine Ellipse zu sehen.

Die Laufzeit ist nun $$\tau' = \frac{(s-L)}{c_{vakuum}} + \frac{L}{c_{Flüss}}$$

(20) $$= \frac{(s-L)}{c_{vakuum}} + \frac{L \cdot n}{c_{vakuum}} = \frac{(s-L+n \cdot L)}{c_{vakuum}}$$

Wir können die 0°-Gerade als Lissajous-Figur wieder erhalten, wenn wir die Umlenkspiegel verschieben und so den in Luft verlaufenden Teil des Lichtweges (s-L) geeignet auf (s'-L) verkürzen.
Die dazu erforderliche Strecke läßt sich berechnen aus der Bedingung:

$$\tau' \overset{!}{=} \tau$$

Das bedeutet: $c_{vakuum} \cdot (s'-L + L \cdot n) = c_{vakuum} \cdot s$, und daher ist die erforderliche Änderung des Lichtweges

(21) $$s-s' = L \cdot (n-1)$$

In unserem Versuch wird eine Küvette der Länge 1m verwendet; daher ist L = 1m. Um eine Lichtwegänderung s-s' zu bewirken, müssen die Umlenk-spiegel um (s-s')/2 = z verschoben werden. Damit folgt aus (21) :

$$2\ z\ [m] = 1\ [m] \cdot (n-1)$$

oder

(22) $$n = \frac{2\ z\,(m)}{1\,(m)} + 1$$

Führen Sie 10 Einzelmessungen zur Bestimmung von n durch, und geben Sie die Standardabweichung an. Versuchen Sie, die Flüssigkeit anhand des Wertes von n zu identifizieren.

Anmerkungen zur Aufgabe 2 für Gruppe E :

(1) Tatsächlich mißt man in diesem Versuch den Gruppenbrechungsindex nach Gl.(14). Wegen der geringen Dispersion der Flüssigkeit in der Umgebung von λ_0 kann man ihn in den Grenzen der Meßgenauigkeit als gleich dem Brechungsindex nach Gl.(13)ansehen.

(2) Die Modulationsfrequenz von ν = 50 MHz ist zu groß, um den Meßeffekt direkt auf einem üblichen Oszillographen sichtbar zu machen. Daher wird die Frequenz der Signale im Netzgerät um der Faktor 1000 auf 50 kHz herabgesetzt. Dies geschieht durch Mischung (Multiplikation) der Signale mit einem Referenzsignal von ν_r = 49,95 MHz. Durch die

Mischung entstehen zwei zusätzliche Schwebungssignale mit der Frequenz $\Omega = \nu - \nu_r = 50$ kHz, denn

$$\sin(2\pi\nu t)\sin(2\pi\nu_r t) = \frac{1}{2}\left\{\cos(2\pi(\nu-\nu_r)t) - \cos(2\pi(\nu+\nu_r)t)\right\}$$

bzw.

$$\sin(2\pi\nu t+\phi)\sin(2\pi\nu_r t) = \frac{1}{2}\left\{\cos(2\pi(\nu-\nu_r)t+\phi) - \cos(2\pi(\nu+\nu_r)t+\phi)\right\}$$

Diese Signale können leicht auf dem Oszillograph sichtbar gemacht werden.

Die Phasenverschiebung ϕ bleibt, wie man sieht, bei der Mischung erhalten und kann daher aus der Lissajous-Figur der Schwebungssignale bestimmt werden. (Jedoch entspricht diese Phasenverschiebung jetzt einer **anderen Zeit** als bei der ursprünglichen Welle; d.h. diese Zeit ist um den Schwebungsfaktor $\frac{\nu}{\nu-\nu_r} = 10^3$ größer als die Laufzeit des Lichtes.)