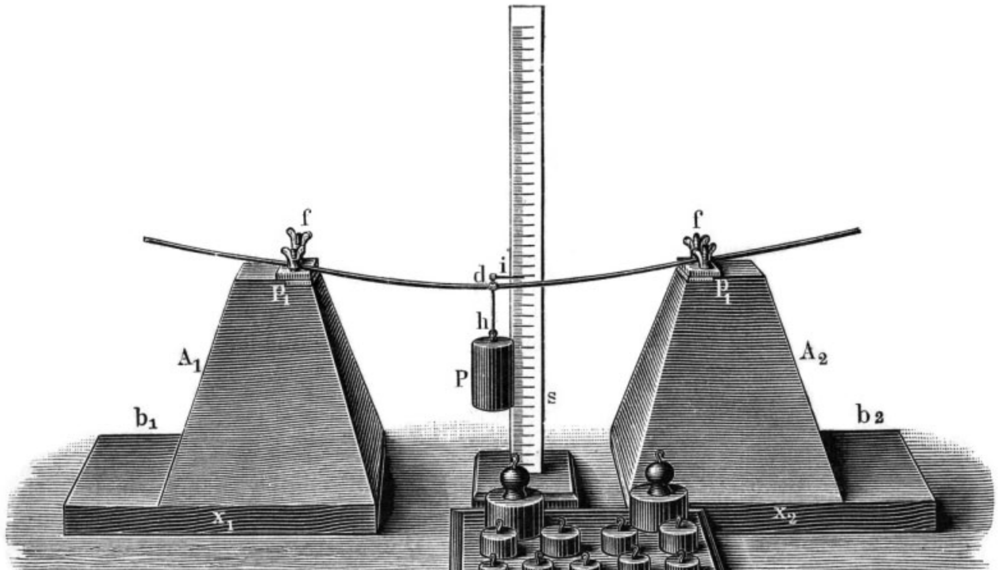
Fachrichtungen der Physik

UNIVERSITÄT
DES
SAARLANDES

Physikalisches Grundpraktikum

Mechanische Materialkonstanten



WWW-Adresse Grundpraktikum Physik: http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/

Kontaktadressen der Praktikumsleiter:

Dr. Manfred Deicher
Zimmer: 1.11, Gebäude E 2.6
e-mail: manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-58198

Dr. Patrick Huber
Zimmer: 3.23, Gebäude E2.6
e-mail: p.huber@physik.uni-saarland.de
Telefon: 0681/302-3944

1. Stoffgebiet

- Aufbau des festen Körpers
- Kristallstruktur
- Bindungskräfte
- Elastische und nichtelastische Verformung
- Hysterese
- Eigenschaften des deformierbaren festen Körpers
- Elastizität des festen Körpers
- Kräfte zwischen Atomen
- Elastizitätsmodul
- Torsionsmodul
- Schubmodul

2. Fragen

1. Welche Kräfte wirken zwischen den Gitterbausteinen eines Festkörpers? Zählen Sie die wesentlichen Bindungskräfte auf und geben Sie als Beispiel je einen Stoff an, bei dem einer dieser Bindungstypen überwiegt.

2. Was versteht man a) unter einem Einkristall, b) unter einem polykristallinen Festkörper und c) unter einem amorphen Festkörper? Geben Sie zu jedem ein Beispiel.

3. Was versteht man unter der thermischen Bewegung der Gitterbausteine eines Festkörpers?

4. Was versteht man unter Gitterfehlern? Geben Sie 3 Beispiele für Gitterfehler.

5. Geben Sie die Definitionsgleichungen für E, G, μ und κ an. Skizzieren Sie, wie die äußeren Kräfte in den verschiedenen Fällen angreifen.

6. Wie groß ist der Torsionsmodul von Flüssigkeiten und Gasen? Geben Sie eine Begründung.

7. Wie verhält sich ein Festkörper bei Verformungen außerhalb des Elastizitätsbereiches? Skizzieren Sie die Abhängigkeit der Dehnung von der Zugspannung.

8. Skizzieren Sie die mechanische Hysteresekurve. Welche Dimension hat die von ihr eingeschlossene Fläche? Welche physikalische Bedeutung hat sie?

9. Begründen Sie am Beispiel eines Würfels, wieso der Zahlenwert von μ stets zwischen 0 und 0,5 liegt.

10. Aus dem Verdrillungswinkel eines Stabes φ ergibt sich der Torsionsmodul G nach der Formel $G = D\frac{2l}{\pi R^4 \varphi}$ (siehe Gl. (6)). Begründen Sie, wieso der Radius R in der 4. Potenz auftritt.

3. Grundlagen

Zwischen benachbarten Atomen oder Ionen eines Festkörpers herrschen anziehende und abstoßende Kräfte. Die auf ein Teilchen wirkenden Kräfte heben sich bei bestimmten Abständen zu benachbarten Teilchen gegenseitig auf. Die Teilchen ordnen sich daher in den meisten Festkörpern in diesen Abständen an und bilden so eine regelmäßige (periodische) Gitterstruktur, das Kristallgitter. Die Periode dieses Aufbaues wird durch die Gitterkonstante beschrieben. (Von den thermischen Bewegungen der Gitterteilchen um ihre Ruhelage sei hier abgesehen.)

Da sich der Kristall bezüglich der Abstände zwischen den Gitterteilchen im stabilen Gleichgewicht befindet, muss man durch äußere Kräfte Arbeit leisten, wenn man das Kristallgitter verformen, d.h. die Abstände zwischen den Gitterteilchen verändern will. Greift eine äußere Kraft senkrecht an einer Oberfläche eines eingespannten Festkörpers an, so tritt eine Längenänderung ein (Dehnung). Allseitiger Druck bewirkt eine Volumenänderung (Kompression). Wirkt die Kraft jedoch tangential auf eine Oberfläche, so entsteht eine Winkeländerung (Scherung, Torsion).

Wenn der Festkörper nach einer Verformung seine ursprüngliche Form annimmt, sobald die äußeren Kräfte wieder zu Null werden, so bezeichnet man die Verformung als elastisch. Bleibt jedoch eine dauernde Verformung zurück, so nennt man die Verformung unelastisch oder plastisch. Das elastische bzw. unelastische Verhalten eines Festkörpers wird übrigens wesentlich auch von den Störungen des Kristallgitters (Gitterfehler) mitbestimmt.

Die Größe der elastischen Verformung, die eine vorgegebene mechanische Kraft hervorruft, hängt außer von der Geometrie des Körpers auch von den Eigenschaften seiner Gitterteilchen und seiner Gitterstruktur ab. Diese Abhängigkeit vom Material kann durch die elastischen Materialkonstanten beschrieben werden.

Bei einem Einkristall hängt die durch eine bestimmte Kraft hervorgerufene Verformung i.a. von der Richtung der Kraft bezüglich der Kristallachsen ab: Die elastischen Konstanten sind dann tensorielle Größen. Häufiger sind Festkörper jedoch polykristallin, und meist ist die Verformung dann isotrop. In diesem Falle reduzieren sich die elastischen Konstanten auf skalare Größen. Im folgenden sollen diese zusammengestellt werden.

3.1 Dehnung, Dehnungsmodul

Greift an einem fest eingespannten zylindrischen Festkörper eine Normalspannung σ an (Normalspannung = Kraftkomponente K_{normal} senkrecht zur Oberfläche, dividiert durch die Flächengröße F), so wird er gedehnt. Im Bereich elastischer Verformung lässt sich seine dadurch veränderte Länge $l(\sigma)$ in eine Taylorreihe um die Länge des unbelasteten Festkörpers $l(0)$ entwickeln

$$l(\sigma) = l(0) + \frac{\sigma}{1!} \cdot \frac{dl}{d\sigma} + \frac{\sigma^2}{2!} \cdot \frac{d^2 l}{d\sigma^2} + \frac{\sigma^3}{3!} \cdot \frac{d^3 l}{d\sigma^3} + \cdots \tag{1}$$

oder mit leicht verständlichen Abkürzungen:

$$\Delta l = l(\sigma) - l(0) = \alpha_1 \sigma + \alpha_2 \sigma^2 + \alpha_3 \sigma^3 + \cdots \tag{1b}$$

Die Koeffizienten α_i beschreiben, wie der Festkörper der Länge l auf die Zugbelastung σ reagiert.

Ist die Zugspannung σ hinreichend klein, so zeigt der Festkörper eine lineare elastische Reaktion, d.h. die höheren Glieder der Reihe in Gl. (1b) sind vernachlässigbar klein. In diesem Proportionalitätsbereich gilt:

$$\Delta l = \alpha_1 \sigma$$

bzw. auf die Längeneinheit des Körpers bezogen:

$$\frac{\Delta l}{l(0)} = \frac{\alpha_1}{l(0)} \sigma = \frac{1}{E} \frac{K_{normal}}{F} \qquad \text{Hooksches Gesetz} \tag{2}$$

E bezeichnet man als Elastizitätsmodul oder Dehnungsmodul.

3.2 Querkontraktion, Poissonsche Zahl

Die durch die Dehnung Δl verursachte Volumenvergrößerung wird vom Körper teilweise durch eine Querschnittsverringerung rückgängig gemacht. Das Verhältnis aus relativer Dickenänderung $\Delta d/d$ zu relativer Längenänderung $\Delta l/l$ ist weitgehend unabhängig von der Belastung und wird als Querzahl, Querkontraktionszahl oder Poissonsche Zahl μ bezeichnet:

$$(\Delta d/d)/(\Delta l/l) = \mu \tag{3}$$

μ ist ebenfalls eine Materialkonstante. Sie hat Werte zwischen 0 und 0,5.

3.3 Scherung, Schubmodul

Greift eine Tangentialspannung τ an einem einseitig festgehaltenen Quader an, so erhält man im Bereich linearer elastischer Verformung analog folgenden Zusammenhang zwischen der Spannung τ und dem Schub- oder Torsionswinkel β:

$$\beta = \frac{1}{G} \tau = \frac{1}{G} \frac{K_{\text{tangential}}}{F} \tag{4}$$

Dabei wird *G* als Schub- oder Torsionsmodul bezeichnet.

3.4 Kompression, Kompressionsmodul

Wirken allseitig Normalkräfte mit konstantem Druck K/F auf einen Festkörper ein, so wird er komprimiert. Zur Beschreibung seiner relativen Volumenänderung $\Delta V/V$ dient dann der Kompressionsmodul κ:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{\kappa} \frac{K}{F} \tag{5}$$

3.5 Zusammenhang zwischen den elastischen Konstanten

Da alle elastischen Konstanten letztlich durch die Kräfte zwischen den Gitterteilchen bedingt sind, sind sie nicht unabhängig voneinander; vielmehr sind durch je zwei der Konstanten die übrigen mitbestimmt.

4. Versuche

4.1 Dehnungsmodul aus der Dehnung von Drähten

Methode:
Ein Draht aus dem zu untersuchenden Material wird auf der linken Seite der Apparatur eingespannt, indem die Öse des Drahtes in den Haken eingehängt wird. Dann wird der Draht über die linke Rolle zu der drehbaren rechten Rolle geführt, wo er entsprechend befestigt wird. Er soll auf den Oberseiten von linker und rechter Rolle in den Rillen liegen. Die Vorbelastung bewirkt, dass der Draht straff gespannt ist. Zwischen linker und rechter Rolle wird dann der Reiter so auf den Draht aufgesetzt, dass seine Skala mit dem Messmikroskop beobachtet werden kann. Zur besseren Ablesung kann die Skala beleuchtet werden. Das Messmikroskop kann an Einstellschrauben nach allen Richtungen verschoben werden, wobei zu beachten ist, dass bei Verschiebungen längs des Drahtes die beiden seitlichen Feststellschrauben zu lockern sind. Zur Justierung wird das Fadenkreuz des Okulars auf den Nullpunkt der Skala eingestellt.

Legt man nun Zusatzgewichte auf die obere Gewichtsschale, so wird der Draht gedehnt, und die Skalenverschiebung im Okular ergibt die Längenänderung l des Drahtstückes zwischen der Auflagestelle des Drahtes auf der festen Rolle und dem Skalenreiter. Man misst also genau genommen nicht $\Delta l = l(\sigma) - l(0)$, sondern $\Delta l = l(\sigma + \sigma_0) - l(\sigma_0)$, wenn σ_0 die durch die Vorbelastung und σ die durch die Zusatzbelastung hervorgerufenen Zugpannungen sind.

Die Fehler, die durch Veränderungen der Drahtbefestigung an der festen Rolle bei Belastung entstehen können, sind in unserem Versuch vernachlässigbar klein.

Die Be- und Entlastung erfolgt, indem Gewichte von 100 g bis maximal 1 kg aufgelegt werden. Zu beachten ist, dass die am Draht angreifende Kraft nicht mit der Gewichtskraft der aufgelegten Gewichte übereinstimmt. Die Skala auf dem Reiter ist 10 mm lang und in 100 Teile geteilt.

Aufgabe 1:
Man leite die Beziehung zwischen der Gewichtskraft der aufgelegten Gewichte und der dadurch am Draht angreifenden Zugspannung σ her.

Hinweis:
Die Durchmesser der schwarzen Kunststoffscheibe und der Metallrolle, auf der der Draht aufgewickelt ist, betragen 200 mm bzw. 40 mm.

Aufgabe 2:
Man messe Δl als Funktion der Be- und Entlastung an drei Drähten und stelle die Abhängigkeit grafisch dar.

Hinweis:
Die am Draht angreifende Vorbelastung soll 1,5 kg betragen. Wie groß muss also das Gewicht sein, das hierzu auf den Gewichtsträger gelegt wird?

Legen Sie die Gewichtsstücke stets sehr vorsichtig auf die Gewichtsschale, da sonst u.U. der Draht beim Auflegen plastisch verformt wird. Die mittlere Dicke der Drähte wird als Mittelwert aus 10 mit der Mikrometerschraube an verschiedenen Stellen durchgeführten Messungen bestimmt (*Achtung:* Mikrometerschrauben werden nur am äußersten Ende der Drehspindel gedreht). Falls bei Be- oder Entlastung die Skala im Mikroskop unscharf wird, kann man das Mikroskop am Feintrieb nachjustieren. Achten Sie darauf, dass die Drähte niemals geknickt werden, da sie sonst unbrauchbar werden.

Aufgabe 3:
Man bestimme die Dehnungsmoduln der drei Drahtmaterialien.

Hinweis:
Dazu bestimme man die Steigung der aus Be- und Entlastungskurve gebildeten Mittelwertsgeraden. Falls Be- und Entlastungskurve eine deutliche Hysterese zeigen, ist die Steigung desjenigen Teils der Belastungskurve zu nehmen, der linear ist (d.h. bei kleinen Belastungen).

Aus der Steigung und der in Aufgabe 1 abgeleiteten Beziehung berechne man die Elastizitätsmoduln mit Hilfe von Gl. (2) und gebe sie in den Einheiten $\mathrm{N/m^2}$ und $\mathrm{kp/mm^2}$ an (Fehlerrechnung).

Aufgabe 4:
Man berechne aus den gemessenen E-Moduln und den zugehörigen Poissonschen Zahlen die Torsionsmoduln der Drahtmaterialien.

Hinweis:
Die Zahlenwerte der Poissonschen Zahl nennt Ihnen der/die Betreuer/in des Versuchs.

4.2 Dehnungsmodul aus der Biegung von Stäben

Methode:
Ein Rundstab ist auf zwei um die Länge L voneinander entfernte Schneiden aufgelegt. Durch die Gewichtskraft K einer in der Mitte zwischen den Schneiden aufgelegten Masse m wird er um die Höhe s durchgebogen.

Stellen wir uns vor, der Stab bestehe aus einem dichten Bündel sehr dünner Einzelfasern, deren Querschnittsfläche df sei, so können wir diese Fasern einzeln untersuchen. Bei der Durchbiegung werden die unten liegenden Fasern gedehnt; ihre Längenänderung wird im Proportionalitätsbereich durch den Elastizitätsmodul E beschrieben. Entsprechend werden die oben liegenden Fasern des Stabes gestaucht, und ihre Längenänderung wird ebenso durch E bestimmt. Im Innern des Stabes gibt es einen Bereich von Fasern, deren Länge bei der Durchbiegung nicht verändert wird; man bezeichnet diese als „neutrale Fasern“.

Die Theorie liefert im Proportionalitätsbereich für den Zusammenhang zwischen Gewichtskraft K und Durchbiegung s der Stabmitte folgende Beziehung:

$$s = K\,\frac{L^3}{12\pi R^4}\,\frac{1}{E} \qquad \text{R: Radius des Rundstabes} \qquad (6)$$

In unserem Versuch wird die Durchbiegung s mit einer Messuhr gemessen, deren Skala in 1/100 mm-Schritten geteilt ist. Eine volle Umdrehung des großen Zeigers entspricht daher der Durchbiegung s = 1 mm. Auf den am Stab hängenden Gewichtsträger werden die jeweils 200 g wiegenden Gewichtsstücke geschoben.

Die Messung besteht darin, für jeden der Stäbe das Gewicht in Schritten von 200 g bis zu einer maximalen Belastung von 2 kg zu erhöhen und die zugehörigen Werte von s abzulesen. Anschließend wird der Gewichtsträger in Schritten von 200 g wieder entlastet. Die Funktionen $s = s(K)$ werden grafisch als Belastungs- und Entlastungskurve auf mm-Papier dargestellt.

Hinweis:
Da die Stäbe infolge vorausgegangener Versuche i.a. leicht verbogen sind, dreht man den Stab, nachdem man ihn auf die Schneiden aufgelegt hat, solange um seine Längsachse, bis die

Messuhr den größten Ausschlag zeigt. Damit ist gesichert, dass die bereits vorhandene Durchbiegung nach unten weist und sich der Stab während der Belastungen nicht dreht.

Es empfiehlt sich nicht, die Skala der Messuhr auf den Nullpunkt einzujustieren. Nachdem der Gewichtsträger eingehängt ist, liest man die Anzeige der Uhr ab und subtrahiert diesen Wert von allen während der Versuchsdurchführung an diesem Stab abgelesenen Messwerten.

Aufgabe 1:
Man nehme für 3 Rundstäbe die Be- und Entlastungskurve auf und stelle sie grafisch dar.

Aufgabe 2:
Man berechne aus der Steigung der aus Be- und Entlastungskurve gebildeten Mittelwertsgeraden die Elastizitätsmoduln der 3 Stabmaterialien. Falls Be- und Entlastungskurve eine Hysterese zeigen, ist nur die Steigung desjenigen Teils der Belastungskurve zur Auswertung heranzuziehen, der linear ist (d.h. bei kleinen Belastungen). Man gebe E in den Einheiten N/m^2 und kp/mm^2 an (Fehlerrechnung).

Hinweis:
Man bestimme die mittlere Dicke der Stäbe, indem man mit der Mikrometerschraube an 10 verschiedenen Stellen die Durchmesser misst und daraus den Mittelwert bildet (*Achtung:* Mikrometerschrauben werden nur am äußersten Ende der Drehspindel gedreht). Die Länge L des zwischen den Schneiden liegenden Teiles der Stäbe wird mit dem Bandmaß bestimmt.

Aufgabe 3:
Man berechne aus den gemessenen E-Moduln und den zugehörigen Querzahlen der 3 Stäbe die Torsionsmoduln.

Hinweis:
Die Zahlenwerte der Querzahlen nennt Ihnen der/die Betreuer/in des Versuchs.

Anhang: Herleitung der Formel (6):
Zur Vereinfachung der Herleitung beachten wir, dass die Durchbiegung unseres Stabes so erfolgt, als sei der Stab am Angriffspunkt der Gewichtskraft in der Mitte fest eingespannt, und die beiden Enden würden durch zwei aufwärts gerichtete, an den Auflagestellen angreifenden Kräfte mit dem Betrag $K/2$ gebogen (Abb. 1). Dann brauchen wir nur eine Hälfte des Stabes zu betrachten. Beachten Sie, dass die Durchbiegung in Abb. 1 der Deutlichkeit halber stark übertrieben gezeichnet ist. Dadurch weicht die Richtung der Stabachsen erheblich von der x-Richtung ab. Tatsächlich stimmen beide Richtungen in guter Näherung überein.

Bei der Durchbiegung wird z.B. das (beliebig klein zu wählende) Volumenelement $EFGH$ so verformt, dass die Unterseite EF statt der Länge dx die Länge d$x + \delta$ und die Oberseite GH statt der Länge dx die Länge d$x - \delta$ erhält.

Sei CD eine beliebig herausgegriffene Faser im Abstand z von der neutralen Faser AB. Diese Faser wird dann im Bereich dieses Volumenelementes um den Betrag δx gedehnt. Da δx, dϑ und ds kleine Größen sind, gilt:

$$\delta x \cong z d\theta d\vartheta \quad \text{und} \quad x_0 d\vartheta \cong ds$$

Das Hookesche Gesetz liefert

$$\frac{\delta x}{dx} = \frac{1}{E}\frac{dK^*}{df}$$

wobei df die Querschnittsfläche der betrachteten Faser und dK^* den Betrag der an der Faser angreifenden Kraft bedeuten.

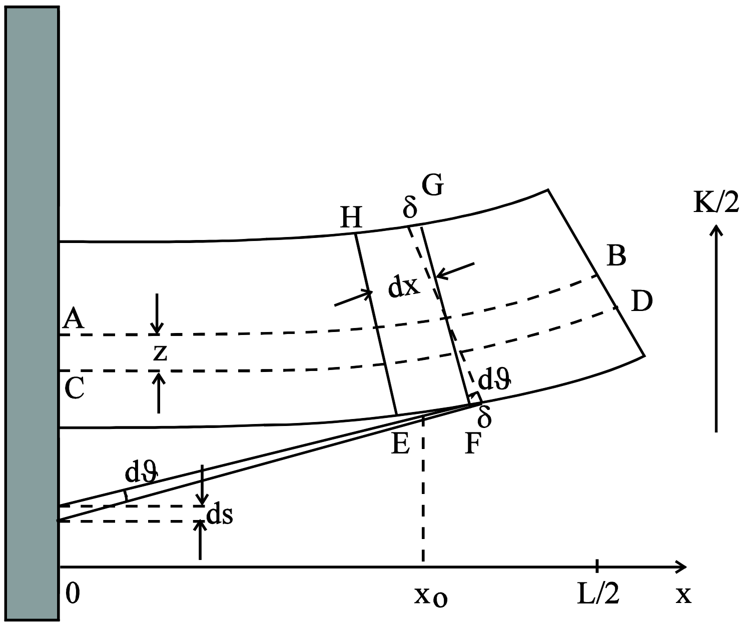


Abb. 1: Zur Herleitung von Gl. (6).

Auflösen nach dK^* liefert

$$dK^* = z\,df\;E\,\frac{1}{x_0\,dx}\,ds$$

Durch diese Kraft, die im Abstand z von der neutralen Faser angreift, entsteht ein Drehmoment mit dem Betrag

$$dD^* = z\,dK^*$$

Nun gehen wir von der Einzelfaser CD zu dem gesamten Rundstab über, indem wir über die Querschnittsfläche mit dem Radius R integrieren (Querschnittskoordinate ist z). Dann erhalten wir an der Stelle x_0 infolge der Verzerrungskräfte im Stab ein Drehmoment mit dem Betrag

$$D^* = \frac{\pi}{4} R^4 E\,\frac{1}{x_0\,dx}\,ds \qquad (\text{mit} \int_0^R z\,df = \frac{\pi}{4} R^4)$$

Damit die Durchbiegung einen Gleichgewichtszustand darstellt, muss dieses innere Drehmoment entgegengesetzt gleich dem äußeren Drehmoment sein, das durch die von außen angreifende Kraft $K/2$ bewirkt wird. Da dieses im Abstand x_0 gerade den Betrag

$$D = \frac{K}{2} x_0$$

hat, können wir in der obigen Gleichung die Größe D^* eliminieren und erhalten nun nach ds aufgelöst:

$$ds = \frac{2K}{\pi R^4 E} x_0^2 \, dx$$

Dies ist der Beitrag, den das bei x_0 gelegene Volumenelement der Dicke dx zur Durchbiegung beisteuert.

Um die gesamte Durchbiegung s zu erhalten, müssen wir zuletzt noch über die Längskoordinate x von 0 bis $L/2$ integrieren und erhalten endgültig:

$$s = K \frac{L^3}{12\pi R^4} \frac{1}{E}$$

4.3 Schubmodul

Methode:
Der Torsionsmodul verschiedener Metallstäbe wird hier mit einer statischen Methode bestimmt. Dazu werden die Metallstäbe folgendermaßen in die Apparatur eingespannt: Man schiebt das eine Stabende ganz in die feststehende Klemmvorrichtung ein und zieht die Flügelschraube fest an. Dann schiebt man den Metallring der drehbaren Klemmvorrichtung zurück, so dass das abgeflachte Ende der drehbaren Achse freiliegt. Auf dieses wird nun die abgeflachte Seite des 2. Stabendes gelegt. Liegen beide richtig aufeinander, so kann der Metallring bis zum Anschlag darüber geschoben werden. Mit seiner Flügelschraube werden zuletzt Stabende und Achse fest aufeinander gepresst.

An einer auf der Drehachse befestigten Rolle (Durchmesser d = 100 mm) hängt ein Faden mit einer Gewichtsschale. Belastet man diese, so entsteht ein Drehmoment, das zur Verdrillung des eingespannten Stabes führt.

Der durch eine bestimmte Belastung der Gewichtsschale erzeugte Verdrillungswinkel φ wird mittels des Zahnriemens auf die Aluminiumscheibe übertragen und dabei im Verhältnis 1:9 vergrößert. Eine ganze Umdrehung der Aluminiumscheibe entspricht also einem Verdrillungswinkel des Stabes von 360°/9 = 40° . Die Skala der Scheibe zeigt direkt den Verdrillungswinkel des Stabendes an und ist in Schritten von 10 zu 10 Winkelminuten unterteilt.

Vor Beginn der Messung dreht man die Zeigerscheibe so, dass der Zeiger auf den Nullpunkt der Skala weist. Belastet man nun die Gewichtsschale, so kann man am Zeiger direkt den Verdrillungswinkel φ ablesen. Um etwaige Fehler infolge der Lagerreibung zu vermeiden, ist zu empfehlen, die Gewichtsschale jedesmal kurzfristig leicht hinunter zudrücken, wenn man ein Gewichtsstück auflegt oder entfernt. Aus dem Verdrillungswinkel φ ergibt sich der Torsionsmodul G nach der Formel

$$G = D \frac{2l}{\pi R^4 \varphi} \tag{7}$$

Dabei steht D für das am Stab angreifende Drehmoment, l für die Stablänge und R für den Radius des Stabes. φ wird im Bogenmaß eingesetzt.

Aufgabe 1:
Man nehme für 3 Metallstäbe die Belastungskurve $\varphi = \varphi(K)$, wobei K die Gewichtskraft der aufgelegten Massen bedeutet, in Schritten von 100 g bis zu einer Gesamtmasse von 1 kg auf uns stelle sie grafisch dar. (Geeigneter Ordinatenmaßstab ist z.B. 2 mm pro Skalenteil (d.h. 10 Winkelminuten)). Dann verringere man die Belastung in gleichen Schritten wieder und zeichne entsprechend die Entlastungskurve.

Aufgabe 2:
Man berechne aus der Steigung der aus Be- und Entlastungskurve gebildeten Mittelwertsgeraden die Torsionsmoduln der drei Stabmaterialien. Man gebe sie in den Einheiten N/m^2 und kp/mm^2 an (Fehlerrechnung).

Falls Be- und Entlastungskurve eines Stabes eine Hysterese zeigen, ist nur die Steigung desjenigen Teils der Belastungskurve zu nehmen, der linear ist (d.h. bei kleinen Belastungen).

Hinweis:
Man bestimme die mittlere Dicke der Stäbe, indem man an 10 verschiedenen Stellen die Dicke mit der Mikrometerschraube misst und den Mittelwert bildet (*Achtung:* Mikrometerschrauben werden stets nur am äußersten Ende der Drehspindel gedreht). Die Länge der Stäbe wird mit dem Bandmaß ermittelt. Wieso darf diese Messung ungenauer als die des Radius sein?

Man berechne das infolge der Belastung der Gewichtsschale am Stab angreifende Drehmoment.

Aufgabe 3:
Man berechne aus den gemessenen Torsionsmoduln und den Querzahlen der drei Stäbe ihre Elastizitätsmoduln.

Hinweis:
Die Zahlenwerte der Querzahlen nennt Ihnen der/die Betreuer/in des Versuchs.

Aufgabe 4:
Man nehme Be- und Entlastungskurve eines Metallrohres (Blei oder Zinn) bei Raumtemperatur und bei ungefähr 90 K. Bei welcher Belastung liegt die Fließgrenze bei Raumtemperatur?

Geben Sie Proportionalitäts- und Elastizitätsgrenze bei beiden Temperaturen an. Wie kommt die zu beobachtende Temperaturabhängigkeit zustande?

Anmerkung: Auch aus den Messungen an dem Rohr könnte man den Torsionsmodul im Prinzip leicht ermitteln. Dabei ist nur zu beachten, dass man bei der Herleitung von Gl. (7) nicht von 0 bis R, sondern von R_1 bis R_2 integriert, wobei R_1 und R_2 der innere bzw. äußere Radius des Rohres sind.

Hinweis:
Man spanne das Rohr ein und nehme die Belastungskurve in Schritten von 100 g auf. Dabei achte man darauf, bei welcher Belastung das Material deutlich zu fließen beginnt. An der Fließgrenze breche man die Belastungsmessung ab.

Für die Abkühlung des Rohres auf 90 K mit Hilfe von flüssigem Stickstoff hilft Ihnen der/die Betreuer/in. Ist das Rohr genügend abgekühlt, so messe man Be- und Entlastungskurve in Schritten von 500 g bis zu einer maximalen Belastung von 2,5 kg.

Vorsicht: Flüssiger Stickstoff kann zu Hautverletzungen führen. Tragen Sie Schutzhandschuhe und Schutzbrille.

4.4 Torsionsschwingungen

Methode:
Hier wird der Torsionsmodul mit einer dynamischen Methode bestimmt. Aus der Definitionsgleichung (4) berechnet man, dass für die Verdrillung eines Stabes der Länge l und des Radius R seines kreisförmigen Querschnitts um den Winkel φ folgendes Drehmoment D erforderlich ist:

$$D = G\frac{\pi R^4}{2l}\varphi = D_r\varphi \tag{8}$$

D_r ist das Direktionsmoment (Richtmoment).

Befestigt man das obere Ende eines dünnen Stabes in einer Halterung und bringt an dem unteren Ende eine Kreisscheibe an, deren Trägheitsmoment Θ sei, so wirkt bei Verdrillung um den Winkel φ das rücktreibende Drehmoment (Gl. (8)), und es können Torsionsschwingungen um den Stab als Achse entstehen, für deren Schwingungsdauer gilt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{D_r}}$$

Mit Gl. (8) folgt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta 2l}{\pi G R^4}} \tag{9}$$

Aufgabe 1:
Man bestätige experimentell, dass $T^2 \sim l$ ist.

Hinweis:
Dazu spanne man den dünnsten der 3 Stäbe gleichen Materials mit angeschraubter Kreisscheibe in 5 verschiedenen Längen in die Halterung ein (Längen mit dem Bandmaß messen) und bestimme jeweils T als Mittelwert aus 20 Schwingungen. Die Proportionalität wird entweder rechnerisch oder grafisch gezeigt.

Aufgabe 2:
Man zeige entsprechend, dass $T \sim 1/R^2$ ist.

Hinweis:
Bei gleicher, maximal möglicher Länge benutze man hierzu die 3 Stäbe von verschiedenem Radius. R bestimme man mit der Mikrometerschraube, indem man mindestens 10 verschiedene Stellen jeden Drahtes ausmisst und den Mittelwert bildet. Man beachte dass die Mikrometerschraube nur am äußersten Ende gedreht werden darf.

Aufgabe 3:
Man bestimme den Torsionsmodul G des Stabmaterials und gebe ihn in den Einheiten N/m^2 und kp/mm^2 an.

Hinweis:
Die Schwingungsdauer wird wieder aus 20 Schwingungen ermittelt, wobei man den dünnsten Stab benutzt. Das Trägheitsmoment der Kreisscheibe berechnet man aus ihrer Masse und ihrem Radius. Masse und Radius werden zu diesem Zweck gemessen. Der Torsionsmodul ergibt sich dann aus Gl. (9) (Fehlerrechnung).

Aufgabe 4:
Man berechne aus dem gemessenen Torsionsmodul und der zugehörigen Poissonschen Zahl (die Ihnen der/die Betreuer/in nennt) den Elastizitätsmodul E des Drahtmaterials.