

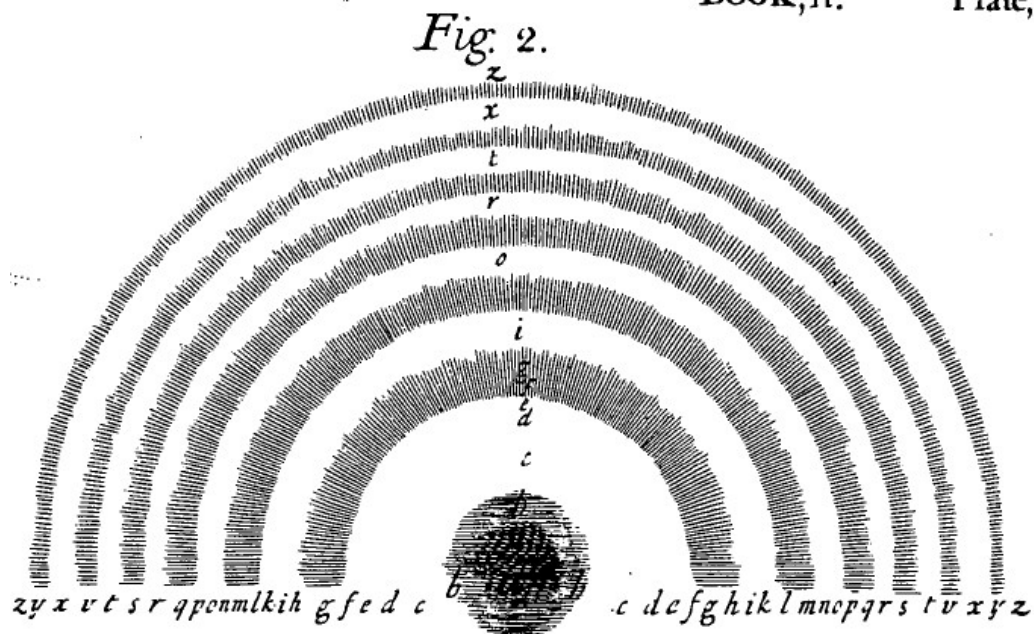
Physikalisches Grundpraktikum für Physiker/innen

Teil II

Kohärenz von Wellen (Newtonsche Ringe)

BOOK, II.

Plate, I.



Grundpraktikum Physik: <http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/>



Ziel des Versuchs

Mit dem Versuch sollen „Interferenzen gleicher Dicke“ untersucht werden. Mit ihrer Hilfe soll der Krümmungsradius einer plankonvexen Linse gemessen werden. Mit diesem Ergebnis sollen Brechungsindizes, die Wellenlängendifferenz zweier Spektrallinien und die Kohärenzlängen verschiedener Lichtquellen bestimmt werden.

1. Fragen

1. Was versteht man unter „Interferenzen gleicher Neigung“ und „Interferenzen gleicher Dicke“?
2. Wie hängt bei senkrechtem Lichteinfall das Reflexionsvermögen an einer ebenen Grenzfläche mit den (absoluten) Brechungsindizes n_1 und n_2 der beiden Medien zusammen?
3. Wie sind Interferenzfilter aufgebaut?
4. Wie interferieren zwei Wellenzüge, die zueinander senkrecht polarisiert sind?
5. Warum ist bei dem Versuch der Kontaktpunkt zwischen Linse und Glasplatte dunkel?

2. Einführende Literatur

- D. Meschede, *Gerthsen Physik*
24. Auflage (Springer-Verlag, Heidelberg 2010)
Kap. 11.1
- L. Bergmann, C. Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik - Band 3 Optik*
10. Auflage (Walter de Gruyter, Berlin 2004)
Kap. 3
- W. Schenk, F. Kremer, *Physikalisches Praktikum*
13. Aufl. (Vieweg+Teubner, Wiesbaden 2011)
S. 257
- Titelbild:
I. Newton, *Opticks: Or a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and Colours of Light*
1. Edition (Smith and Walford, London 1704) p. 177
(<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3362k>)
- Anwendungen:
Optical Techniques for Measuring Flatness
(Edmund Optics Inc., 101 East Gloucester Pike, Barrington, NJ 08007-1380, USA)
<http://www.edmundoptics.com/learning-and-support/technical/learning-center/application-notes/optics/optical-flats/>

3. Grundlagen

3.1 Die statistische Lichtquelle

Schall- oder Radiowellen kann man mit entsprechenden Sendern streng periodisch über beliebig lange Zeiten erzeugen. Ist die Sendergröße sehr viel kleiner als die Wellenlänge, werden Kugelwellen ausgesandt. In großem Abstand vom Sender kann man diese für kleine Raumwinkelbereiche durch ebene Wellen hinreichend genau nähern. Allgemein ist eine ebene monochromatische Welle gegeben durch die Gleichung

$$A(x, t) = f_1(\omega t - kx) + f_2(\omega t + kx) \quad (1)$$

wobei A die Amplitude, ω die Kreisfrequenz, t die Zeit, x die Ausbreitungsrichtung und $k = \omega/c$ die Wellenzahl bedeuten (c ist die (Licht)geschwindigkeit).

Anders sind die Verhältnisse bei konventionellen Lichtquellen auf Grund des Entstehungsmechanismus des von ihnen ausgestrahlten Lichtes.

Die lichtaussendenden Zentren in der Lichtquelle sind Atome oder Moleküle, deren Elektronen durch Energiezufuhr in angeregte Zustände gehoben werden. Bei Rückkehr in den Grundzustand innerhalb von 10^{-15} s bis 10^{-8} s wird Energie in Form einer gedämpften Welle abgestrahlt. Diese kann näherungsweise als ein Wellenzug mit begrenzter Länge aufgefasst werden. Die einzelnen Akte der Lichtemission verschiedener Atome sind voneinander statistisch unabhängige Vorgänge, daher „statistische“ Lichtquelle. Dies gilt nur für spontane Emission, also nicht für die induzierte Emission, auf der der Laser-Effekt beruht. Die Emissionsdauer Δt bestimmt die Länge l_c des ausgesandten Wellenpaketes:

$$l_c = c\Delta t \quad (2)$$

Über eine Fourier-Reihe kann man sich ein Wellenpaket als eine Überlagerung von unendlich vielen Einzelwellen mit verschiedenen Frequenzen in einem Frequenzintervall $\Delta\nu$ (der sogenannten Bandbreite) um eine mittlere Frequenz ν_0 herum vorstellen, und es gilt

$$\Delta t \Delta \nu \approx 1 \quad (3)$$

Mit Gl. (2) ergibt sich mit der Bandbreite $\Delta\lambda$ des Lichtes

$$l_c \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (4)$$

3.2 Interferenz

Interferenzerscheinungen entstehen, wenn mehrere Wellensysteme zusammentreffen. Der resultierende Vorgang kann näherungsweise durch ungestörte Überlagerung der einzelnen Wellensysteme konstruiert werden. Das durch Überlagerung der Lichtwellenfelder resultierende Wellenfeld wird dadurch erhalten, dass man die primären Felder vektoriell addiert. Die Addition der Feldstärken führt dazu, dass sich die Intensitäten, die durch die Quadrate der Feldstärken gegeben sind, i.a. nicht einfach additiv überlagern. Man bezeichnet daher speziell beim Licht, wo lediglich die Intensitäten beobachtet werden können, jede Abweichung von der Additivität der Intensität bei der Überlagerung als Interferenz. Das Prinzip der ungestörten Überlagerung gilt in der Elektrodynamik nur für kleine elektrische Feldstärken. Bei großen Feldstärken, wie sie mit Lasern erzeugt werden können, treten sogenannte nichtlineare optische Effekte auf.

3.3 Kohärenz

Zwei Wellen nennt man kohärent wenn zwischen beiden Wellen eine feste Phasenbeziehung besteht. Ändert sich diese in zusammenhangloser Weise, so nennt man die Wellen inkohärent. Interferenz kann nur beobachtet werden, wenn die sich überlagernden Wellenzüge kohärent sind. Kohärenz und Inkohärenz sind zwei Extremfälle für die Phasenbeziehung zweier Lichtwellen. Bei zwei Wellenfeldern, die von zwei unabhängigen Lichtquellen erzeugt werden, hängt die Phasendifferenz im Allgemeinen vom Ort und von der Zeit ab, an denen die Wellenfelder beobachtet werden. Man spricht in diesem Fall von partieller Kohärenz. Oft bezieht man den Kohärenzbegriff aber auch auf ein einzelnes Wellenfeld oder auf die erzeugende Lichtquelle. Bei Interferenzexperimenten werden nämlich die interferierenden Wellen meist von einer einzigen Lichtquelle erzeugt. Aus ihrem Wellenfeld werden an zwei verschiedenen Orten zwei Teilwellen abgeleitet. Interferenz tritt auf, falls diese kohärent sind. Das gesamte Wellenfeld wird als örtlich kohärent bezeichnet, falls die Schwingungen der elektrischen Feldstärke an beliebigen Punkten eine feste Phasenbeziehung besitzen. Entsprechend ist ein Wellenfeld bzw. eine Lichtquelle zeitlich kohärent, falls die Schwingungen an einem beliebigen Punkt zu verschiedenen Zeiten eine konstante Phase besitzen.

Aus dem Kontrast der Interferenzfiguren kann man den sogenannten Kohärenzgrad als ein Maß für den Betrag der Kohärenz herleiten

$$\nu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (5)$$

wobei I_{\max} und I_{\min} die zeitlichen Mittelwerte der Lichtintensitäten in benachbarten Interferenzmaxima und -minima sind.

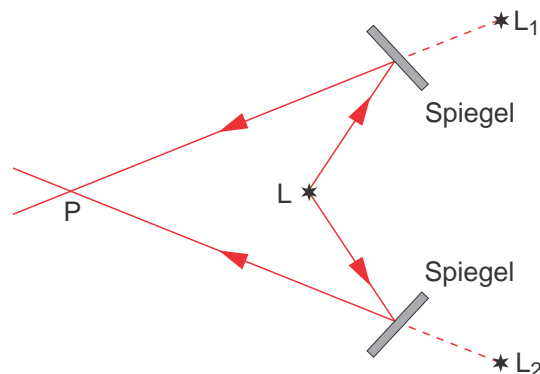


Abb. 1: Erzeugung zweier interferenzfähiger Lichtwellen aus einer punktförmigen Lichtquelle.

Trotz ihrer Inkohärenz ist es mit konventionellen Lichtquellen möglich, Interferenzerscheinungen zu beobachten. Man zerlegt dazu das von einer Quelle emittierte Licht in zwei Teilwellen (Abb. 1). Von dem Punkt L wird eine Kugelwelle ausgestrahlt. Durch Blenden (nicht dargestellt) werden aus der Welle zwei Lichtbündel ausgeblendet, die auf die beiden Spiegel treffen. Falls die Lichtquelle hinreichend klein ist (im Idealfall nur ein Atom) und die ausgestrahlte Kugelwelle einem einzigen Emissionsakt entstammt, sind die beiden Teilbündel zueinander kohärent und zeigen nach Umlenkung durch die Spiegel im Punkt P Interferenz.

3.4 Kohärenzzeit und Kohärenzlänge

Auch Lichtwellen, die von einem einzigen Emissionszentrum ausgehen, sind nicht notwendigerweise kohärent. Die von einem Emissionszentrum zeitlich hintereinander ausgestrahlten Wellenzüge haben eine statistische Phasenlage zueinander. Kohärent sind nur Teilwellenzüge,

die von einem einzigen Emissionsakt stammen. Daraus folgt, dass die Wegdifferenz zwischen den beiden Wellen in Abb. 1 nicht größer sein darf als die Länge eines Wellenzuges, damit Interferenz beobachtet werden kann. Die maximal zulässige Wegdifferenz, die etwa gleich der Länge eines Wellenzuges ist, wird als Kohärenzlänge l bezeichnet und entspricht der Länge des Wellenzugs (Gl. (2)). Die entsprechende Zeit, die das Licht braucht, um die Kohärenzlänge zurückzulegen, ist die Kohärenzzeit

$$\tau = \frac{l}{c} \quad (6)$$

Für verschiedene Lichtquellen ergeben sich stark verschiedene Werte für die Kohärenzlänge. Für sehr scharfe Spektrallinien hat man Längen von rund 1 m gefunden; damit ergibt sich eine Kohärenzzeit von etwa 10^{-8} s, eine Zeit sehr klein gegen die Beobachtungsdauer. Für weißes Licht, das das ganze sichtbare Spektrum enthält, ist die Kohärenzlänge nur etwa 10^{-4} cm.

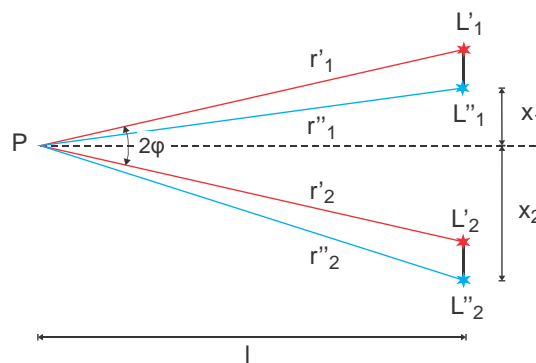


Abb. 2: Erzeugung interferenzfähiger Lichtwellen aus einer ausgedehnten Lichtquelle L_1L_2 .

Das in Abb. 1 dargestellte Verfahren zur Erzeugung kohärenten Lichtes mit einem einzigen Emissionszentrum ist stark vereinfacht. In einem realen Interferenzexperiment benutzt man immer leuchtende Flächen mit endlicher Ausdehnung. In Abb. 2 ist die Punktquelle L durch eine ausgedehnte Lichtquelle L_1L_2 ersetzt. Analog zur Abb. 1 ergeben sich dann durch Spiegelung die virtuellen Lichtquellen $L'_1L''_1$ und $L'_2L''_2$. Alle Punkte einer leuchtenden Fläche senden statistisch untereinander völlig inkohärente Wellen aus. Wir betrachten den ungünstigsten Fall, nämlich die Endpunkte L'_1 und L''_1 bzw. L'_2 und L''_2 , alle anderen Punkte können analog behandelt werden.

Die von L'_1 und L'_2 bzw. von L''_1 und L''_2 ausgehenden Wellen sind jeweils untereinander kohärent und interferieren, da sie denselben Punkten der ursprünglichen, leuchtenden Fläche entsprechen. Die von L'_1 und L'_2 im Punkt P erzeugte Intensität hat z.B. ein Maximum, da $r'_1 = r'_2$. Die Differenz der Phasenkonstanten sei null. Um die von L''_1 und L''_2 erzeugte Gesamtintensität in P bestimmen zu können, muss ihre Wegdifferenz berechnet werden

$$r''_2 - r''_1 = \sqrt{x_2^2 + l^2} - \sqrt{x_1^2 + l^2} = l\sqrt{1 + \frac{x_2^2}{l^2}} - l\sqrt{1 + \frac{x_1^2}{l^2}}$$

Für große Abstände von P zu der Lichtquelle ($l \gg x_1, x_2$) gilt

$$r_2'' - r_1'' \approx l \left(1 + \frac{x_2^2}{2l^2} \right) - l \left(1 + \frac{x_1^2}{2l^2} \right) = \frac{x_2^2 - x_1^2}{2l} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{2l}$$

$$\approx 4a \sin \varphi \quad \text{mit } a = \frac{x_2 - x_1}{2}$$

a ist die Ausdehnung der Lichtquelle. Damit die von L_1 und L_2 erzeugte Intensitätsverteilung in P ebenfalls ein Maximum hat, muss deren Weglängendifferenz klein gegen $\lambda/2$ sein; für $\lambda/2$ hätte deren Intensitätsverteilung in P ein Minimum. Damit ergibt sich eine Forderung für die Ausdehnung a der Lichtquelle:

$$a \ll \frac{\lambda}{4 \sin \varphi} \approx \frac{\lambda}{4\varphi} \quad (7)$$

Während die Kohärenzzeit eine Eigenschaft des Wellenpaketes und damit der Lichtquelle ist, hängt die Kohärenzlänge von der Geometrie der Versuchsanordnung ab. Zur Verbesserung der zeitlichen Kohärenz muss man die Bandbreite herabsetzen (z.B. durch Benutzung eines Farbfilters oder eines Monochromators), zur Verbesserung der räumlichen Kohärenz kann man den Abstand zwischen Lichtquelle und Beobachtungspunkt vergrößern. Damit können auch sehr große Lichtquellen wie Sterne für Interferenzexperimente benutzt werden, falls sie genügend weit entfernt sind, d.h. φ in Gl. (7) entsprechend klein ist.

3.5 Interferenz zweier Wellen gleicher Frequenz

Zwei Sinuswellen mit gleicher Frequenz und Wellenzahl sollen interferieren:

$$A_1 = a_1 \sin(\omega t - kx_1) \quad \text{und} \quad A_2 = a_2 \sin(\omega t - kx_2)$$

Die durch Überlagerung entstehende Welle A_3 ist ebenfalls sinusförmig und mit den Additionstheoremen für den Sinus erhält man für den zeitlichen Mittelwert

$$a_3^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(kd)$$

mit der Phasendifferenz $kd = k(x_2 - x_1)$ zwischen den beiden Wellen. Die Intensität i der ebenen Wellen ist proportional zu a^2 , damit ergibt sich

$$i_3 = i_1 + i_2 + 2 \cos(kd) \sqrt{i_1 i_2}$$

Für die Beobachtbarkeit der Interferenz ist der zeitliche Mittelwert der Intensitäten I entscheidend, da das Auge oder sonstige Nachweisgeräte sehr träge sind im Vergleich zur Schwingungsdauer des Lichtes. Ist die Phasendifferenz zeitlich konstant, so erhalten wir

$$I_3 = I_1 + I_2 + 2 \cos(kd) \sqrt{I_1 I_2} \quad (8)$$

Die Gesamtintensität I_3 ist also i.a. nicht gleich der Summe der Einzelintensitäten, sondern schwankt an verschiedenen Orten um den Mittelwert $I_1 + I_2$. Maximale Gesamtintensität tritt auf, wenn der Gangunterschied zwischen den beiden Wellen im Beobachtungspunkt so groß ist, dass die cos-Funktion den Wert 1 annimmt.

Sind die Amplituden beider Wellen gleich ($a_1 = a_2$), so ist $I_{\max} = 4I_1$ und $I_{\min} = 0$. Die beiden Wellen sind also vollständig kohärent zueinander, aus Gl. (5) folgt $v = 1$. Wechselt dagegen die Phasendifferenz d mit der Zeit sehr rasch, so wird das Zeitmittel des Interferenzterms Null

$$2 \sqrt{I_1 I_2} \overline{\cos(kd(t))} = 0$$

und als zeitlichen Mittelwert der resultierenden Intensität erhalten wir $I_3 = I_1 + I_2$. Die beiden Wellen sind also zueinander inkohärent, d.h. $\nu = 0$.

Es sei daran erinnert, dass unter Wegdifferenz oder Gangunterschied immer die Differenz der optischen Wege gemeint ist, d.h. das Produkt aus Brechzahl n und der geometrischen Wegdifferenz.

3.6 Interferenz mit polychromatischem Licht

Im einfachsten Fall besteht das Licht aus zwei Spektrallinien verschiedener Frequenzen ω_1 und ω_2 , deren Wellenpakete wir näherungsweise als monochromatisch ebene Sinus-Wellenzüge gleicher Amplitude a beschreiben

$$A_1 = a \sin(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_1(t)) \quad \text{und} \quad A_2 = a \sin(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_2(t))$$

$\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ sind im allgemeinen zeitabhängige Phasen: Sie werden für jeden einzelnen Wellenzug als konstant angenommen, können aber zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zügen variieren. Bei der Überlagerung beider Wellen entsteht eine Welle, deren Amplitude sich räumlich und zeitlich ändert. Dieses Verhalten ist die Verallgemeinerung des aus der Schwingungslehre her bekannten Begriffs der Schwebung. Die Anwendung der Additionstheoreme ergibt

$$B = A_1 + A_2 = 2a \sin(\Omega t - Kx + \Phi) \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\begin{aligned} \Omega &= (\omega_1 + \omega_2)/2 & \omega &= (\omega_1 - \omega_2)/2 \\ \text{mit } K &= (k_1 + k_2)/2 & k &= (k_1 - k_2)/2 \\ \Phi &= (\varphi_1 + \varphi_2)/2 & \varphi &= (\varphi_1 - \varphi_2)/2 \end{aligned}$$

Die Welle B werde in einem Interferenzversuch in zwei Teile B_1 und B_2 aufgespalten, wobei die Welle B_2 einen um d längeren optischen Weg zurücklegt, bevor die Wellen interferieren. Der Vereinfachung halber nehmen wir an, die Aufspaltung von B erfolge in gleichintensive Teile. Die beiden interferierenden Teilwellen sind dann

$$\begin{aligned} B_1 &= a \sin(\Omega t - Kx + \Phi) \cos(\omega t - kx + \varphi) \\ B_2 &= a \sin(\Omega t - K(x + d) + \Phi) \cos(\omega t - k(x + d) + \varphi) \end{aligned}$$

Der zeitliche Mittelwert der Gesamtintensität bei Überlagerung beider Teilwellen ergibt sich zu

$$\begin{aligned} I &= \overline{\text{const}(B_1 + B_2)^2} = \overline{\text{const}(B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2)} \\ &= I_1 + I_2 + 2\overline{\text{const}(B_1B_2)} \end{aligned} \quad (9)$$

Wie in 3.5 ergibt sich die Gesamtintensität als Summe der Einzelintensitäten I_1 und I_2 zuzüglich eines Interferenzterms. Für die Entstehung von beobachtbaren Interferenzfiguren ist letzterer entscheidend. Mit Hilfe der Additionstheoreme erhält man

$$\overline{2B_1B_2} = \text{const} \cdot 2a \cos(kd) \cos(Kd) \quad (10)$$

Abb. 3 zeigt den aus den Gln. (9) und (10) folgenden Verlauf der zeitgemittelten Gesamtintensität als Funktion des Gangunterschieds d . Berechnet man nach Gl. (5) den Betrag des Kohärenzgrades, so findet man

$$v = |\cos(kd)| \quad (11)$$

Der Kohärenzgrad oszilliert also mit d zwischen 0 und 1, die Nullstellen liegen bei

$$d_m = \pi \frac{2m+1}{2k} = \pi c \frac{2m+1}{\omega_1 - \omega_2}$$

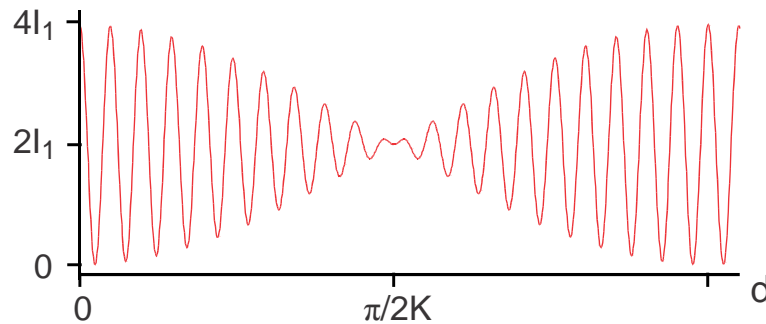


Abb. 3: Überlagerung zweier Lichtwellen mit unterschiedlicher Frequenz als Funktion des Gangunterschieds d .

Diese Betrachtungen kann man auch für Licht eines ausgedehnten Spektralbereichs durchführen. Dieser Spektralbereich sei rechteckig (Abb. 4). Wir unterteilen ihn in quasimonochromatische Bereiche, die wir mit 1, 1', 2, 2', 3, 3' usw. durchnummerieren. Die Überlagerung jedes Paares (n, n') können wir mit Gl. (9) beschreiben. Den zugehörigen Kohärenzgrad $v_{n, n'}$ finden wir mit Gl. (11). Man sieht, dass $\min(d_0(n, n')) = d_0(1, 1')$, also bestimmt das Paar der am weitesten voneinander entfernten Linien (1, 1'), d.h. die spektrale Bandbreite, den Kohärenzbereich mit $v \neq 0$.

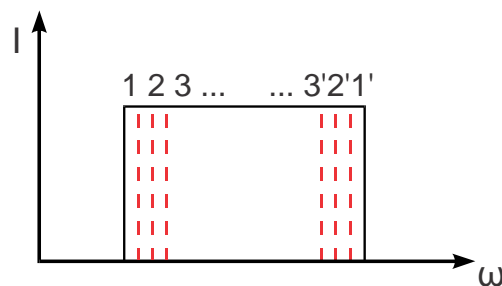


Abb. 4: Rechteckiger Spektralbereich unterteilt in quasimonochromatische Bereiche mit sich überlagernden Paaren n, n' .

3.7 Newtonsche Ringe

Fällt (fast) monochromatisches von oben auf eine auf einer ebenen Glasplatte aufliegende, schwach gekrümmte Linse, so beobachtet man im reflektierten (wie auch im durchgehenden) Licht ein System konzentrischer, abwechselnd heller und dunkler Ringe. Das Licht wird dabei teilweise an der Linsenunterseite, teilweise auch erst an der Glasplatte reflektiert. Die beiden Bündel sind aufgrund ihrer Entstehung aus ein und demselben auftreffenden Bündel kohärent. Beide Teile interferieren miteinander aufgrund ihres Gangunterschiedes. Beobachten kann man diesen Interferenzeffekt in Form von Interferenzringen (den sogenannten „Newtonschen Interferenzringen“). Sie stellen Kurven gleichen Abstandes zwischen Linsenfläche und Planfläche dar. Sie entstehen durch Interferenz der Teilbündel, welche an den die Schicht mit Brechungsindex n zwischen Linse und Glasplatte begrenzenden Oberflächen reflektiert werden.

Abb. 5 zeigt den Versuchsaufbau. Die Linse wird auf eine ebene Glasplatte gelegt und von oben mit monochromatischem Licht beleuchtet, die Interferenzringe werden in Reflexion von oben beobachtet. Dies wird durch einen Strahlteiler realisiert, der sowohl das Licht von der Seite nach unten lenkt, als auch die Beobachtung des reflektierten Lichts mit einer Kamera von oben erlaubt.

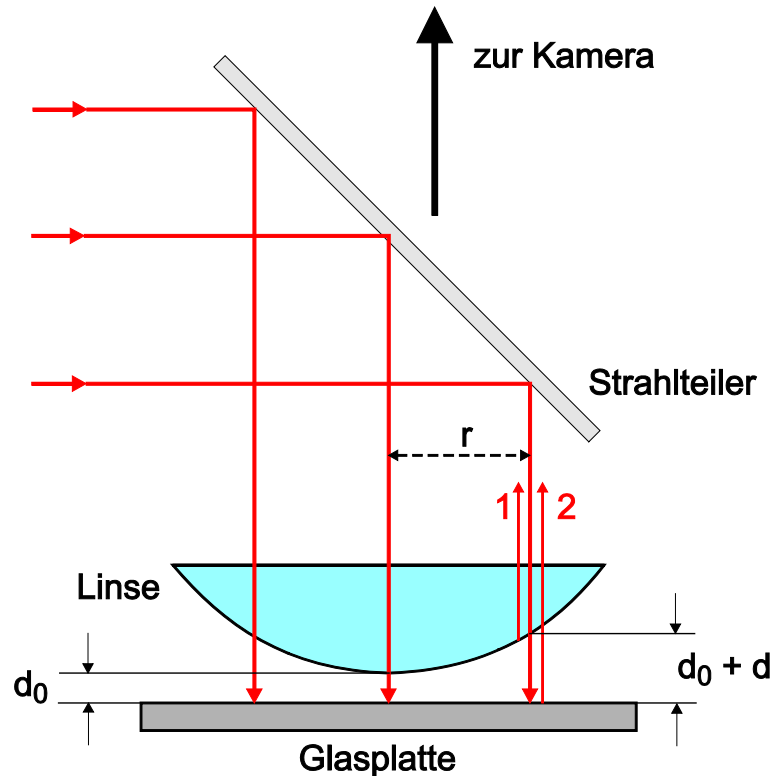


Abb. 5: Aufbau des Versuchs zur Beobachtung der Newtonschen Ringe.

Im Abstand r vom Berührungspunkt der Linse mit der ebenen Platte hat die Luftschicht zwischen Linse und Platte die Dicke $d_0 + d$. d_0 berücksichtigt den Fall, dass sich Platte und Linse nicht ideal berühren. Ein Staubkorn vergrößert den Abstand, bei Druck auf die Linse kann der Abstand verkleinert werden. Die in Abb. 5 getrennt gezeichneten an der Unterseite der Linse bzw. an der Glasplatte reflektierten Strahlen interferieren. Vernachlässigt man die Brechung der Strahlen in der Linse, beträgt der Wegunterschied der beiden Wellenzüge $d_0 + d$. Die Reflexion des zweiten Wellenzugs erfolgt am optisch dichteren Medium, was durch den Phasensprung von 180° zu einem zusätzlichen Gangunterschied von $\lambda/2$ führt. Damit ergibt sich der gesamte Gangunterschied zu

$$\Delta x = 2(d_0 + d)n + \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

wobei n der Brechungsindex ist ($n_{\text{Luft}} \approx 1$). Damit ergibt sich eine Phasenverschiebung von

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda} (d_0 + d)n + \pi \quad (13)$$

Ist

$$\delta = 2\pi k \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (14)$$

verstärken sich die interferierenden Wellenzüge und es entsteht ein heller Ring, da längs eines Kreises um den Berührungspunkt von Linse und Platte die Phasenverschiebung konstant ist. Ist die Phasenverschiebung

$$\delta = \pi(2k - 1) \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (15)$$

löschen sich die interferierenden Wellenzüge aus und es entsteht ein dunkler Ring.

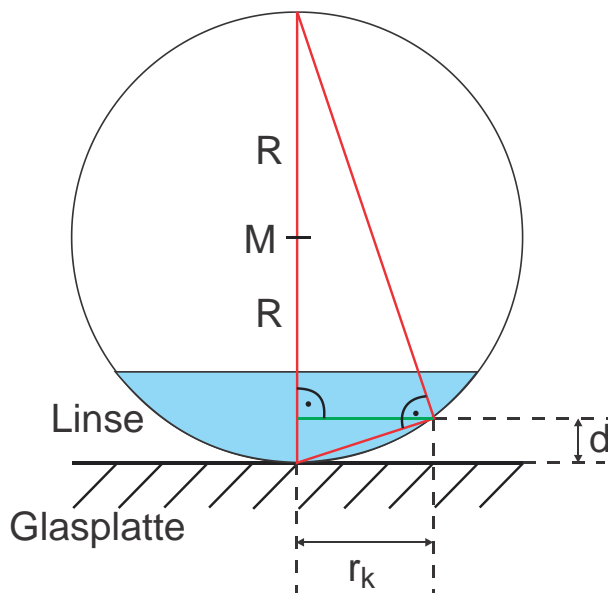


Abb. 6: Zusammenhang zwischen dem Radius r_k des k -ten Rings und der Dicke d .

Abb. 6 zeigt, wie man den Zusammenhang zwischen dem Radius r_k des k -ten Rings und der Dicke d ermitteln kann. Unter Berücksichtigung, dass die Dicke d sehr klein gegen den Krümmungsradius R der Linse ist, ergibt sich mit dem Höhensatz

$$r_k^2 = d(2R - d) \approx 2Rd \quad (16)$$

Mit Gl. (13), (15) und (16) ergibt sich dann für die dunklen Ringe

$$r_{k,\min}^2 = (k - 1)R \frac{\lambda}{n} - 2Rd_0 \quad (17)$$

bzw. mit Gl. (13), (14) und (16) für die hellen Ringe

$$r_{k,\max}^2 = \left(k - \frac{1}{2}\right)R \frac{\lambda}{n} - 2Rd_0 \quad (18)$$

4. Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

In dem in Abb. 5 dargestellten Versuchsaufbau wird das Bild der Beugungsringe mit einer lichtstarken Schwarzweißkamera aufgenommen. Das Objektiv hat eine feste Brennweite und einen festen Arbeitsabstand. Der CCD-Chip der Kamera besteht aus 768×564 Pixel, von denen aber nur 512×512 verwendet werden. Das Analogsignal der Kamera wird mit Hilfe eines Video-Grabbers (PCI-1407) durch einen 8-bit D/A Wandler so digitalisiert, das ein weißer Punkt durch den Zahlenwert 255 und ein schwarzer Punkt durch den Zahlenwert 0 dargestellt wird.

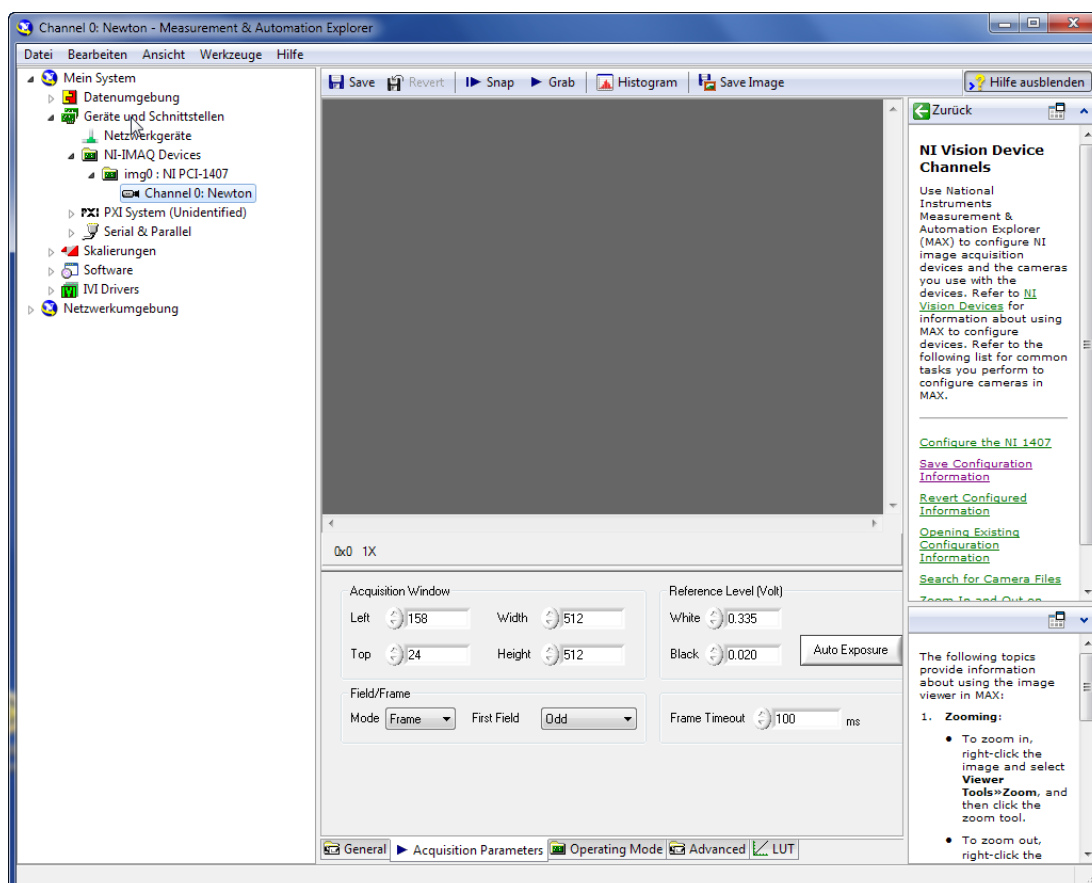


Abb. 7: Einstellungsfenster des „Measurement & Automation Explorer (MAX)“ für die benutzte Kamera.

Die Bilderfassung erfolgt mit Hilfe des „Measurement & Automation Explorer (MAX)“, der Teil des LabVIEW-Pakets ist. Dazu starten Sie MAX und wählen Sie (Abb. 7) in der Sektion *Geräte und Schnittstellen* unter *NI-IMAQ Devices* die Grabber-Karte (PCI-1407) und die Kamera (Newton) aus. Jetzt können Sie mit *Snap* Einzelbilder aufnehmen oder mit *Grab* kontinuierlich Bilder aufnehmen. *Save Image* speichert die Bilder ab. Unter dem Reiter *Acquisition Parameters* können Sie insbesondere den aufgenommenen Bildausschnitt (512×512) und die Referenzwerte für Weiß und Schwarz einstellen.

Legen Sie das Blatt mit Millimeterteilung auf die plane Glasplatte und stellen Sie die Kamera scharf. Speichern Sie ein Bild zur Kalibrierung Ihrer Messungen ab. Mit diesem Bild können Sie den Umrechnungsfaktor „Anzahl Kamera Pixel“ in mm bestimmen.

Aufgabe 1: Bestimmung des Krümmungsradius der Linse

Legen Sie die Linse auf die Glasplatte und beleuchten Sie die Anordnung mit dem Licht einer Na-Dampfampe. Diese emittiert praktisch monochromatisches Licht bei einer Wellenlänge von 589.3 nm (Na-D Dublett bei 588.9950 nm und 589.5924 nm). Justieren Sie den Strahlteiler und die Lampe so, dass Sie eine möglichst gleichmäßige Ausleuchtung erhalten. Die Lichtintensität können Sie über zwei Polarisationsfilter regeln. Suchen Sie zunächst durch grobes Verschieben den Mittelpunkt der Newtonschen Ringe, mit Hilfe des Verschiebungstisches können Sie den Mittelpunkt zentrieren. Versuchen Sie möglichst viele Ringe sichtbar zu machen, optimieren Sie Beleuchtungsstärke, Schärfe und Kontrast. Speichern Sie Ihre schönsten Bilder ab.

Aufgabe 2: Bestimmung des Brechungsindex von destilliertem Wasser

Bringen Sie einen Tropfen destilliertes Wasser auf die Glasplatte und setzen Sie die Linse auf. Damit haben Sie den Raum zwischen Linse und Glasplatte mit Wasser statt mit Luft gefüllt. Führen Sie eine Messung wie in Aufgabe 1 durch. Mit dem Ergebnis der Aufgabe 1 für den Radius der Linse können Sie den Brechungsindex von Wasser bestimmen.

Aufgabe 3: Wellenlängendifferenz zweier Linien des Hg-Spektrums

Aus dem Licht einer Hg-Dampfampe werden durch ein Langpassfilter zwei Linien mit den Wellenlängen λ_1 und λ_2 herausgefiltert. Zur Bestimmung der Wellenlängendifferenz misst man die Lage der Sichtbarkeitsminima der mit den beiden Linien erzeugten dunklen Newtonschen Ringe. Dazu zählen Sie man die Ringe bis zum ersten, zweiten, dritten und vierten Minimum der Sichtbarkeit der Newtonschen Ringe. Ein Sichtbarkeitsminimum bedeutet einen Kohärenzgrad $\nu = 0$. Aus Gl. (11) folgt für $\nu = 0$

$$kd = (2w-1)\frac{\pi}{2} \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)d = \frac{(2w-1)}{2}$$

$w = 1,2,3,4$ ist die Ordnung des entsprechenden Sichtbarkeitsminimums. Für den z -ten Newtonschen Ring ($z = 0,1,2,\dots$) gilt außerdem

$$d = (2z+1)\frac{\lambda}{2}$$

Mit der mittleren Wellenlänge $\bar{\lambda} = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$ ergibt sich

$$\frac{\Delta\lambda}{\bar{\lambda}} = \frac{(2w-1)}{(2z+1)}$$

Da $\Delta\lambda \ll \lambda_1, \lambda_2$ ist kann man hier $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \bar{\lambda} = 561 \text{ nm}$ setzen.

Aufgabe 4: Kohärenzlänge von Licht mit verschiedenen spektralen Bandbreiten.

Bestimmen Sie die Kohärenzlänge l_c von Licht mit verschiedenen spektralen Bandbreiten:

- Weiβes Licht: Als mittlere Wellenlänge wähle man $\bar{\lambda} = 555 \text{ nm}$, dies entspricht dem Maximum der Farbempfindlichkeit des menschlichen Auges. Die Bandbreite der Augenempfindlichkeit ist etwa $\Delta\lambda \approx 100 \text{ nm}$ (Halbwertsbreite).
- Blaufilter mit $\bar{\lambda} = 470 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 60 \text{ nm}$
- Interferenzfilter mit $\bar{\lambda} = 581 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 13 \text{ nm}$
- Na-Dampfampe mit $\bar{\lambda} = 589.3 \text{ nm}$. Schätzen Sie die durch den Linsendurchmesser gegebene untere Grenze für l_c ab.

Bestimmen Sie die maximale Zahl der dunklen Ringe z_{\max} und berechnen Sie daraus l_c . Zeigen Sie, dass $l_c = z_{\max} \bar{\lambda}$ gilt. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den aus Gl. (2) folgenden theoretischen Werten für die Kohärenzlängen.

5. Hinweise zur Auswertung

Die quantitative Auswertung der Bilder erfolgt am besten in dem Programm Origin, das inzwischen (aktuelle Version ist 9.0) auch viele Werkzeuge zur Bildbearbeitung und Bildauswertung enthält. Pixel-Bilder werden in Origin als Matrix importiert (in unserem Fall als (512×512)-Matrix mit Zellenwerten zwischen 0 (= schwarz) und 255 (= weiß). Zum Import der Bilder erzeugen Sie in Origin eine neue leere Matrix (Abb. 8 links)

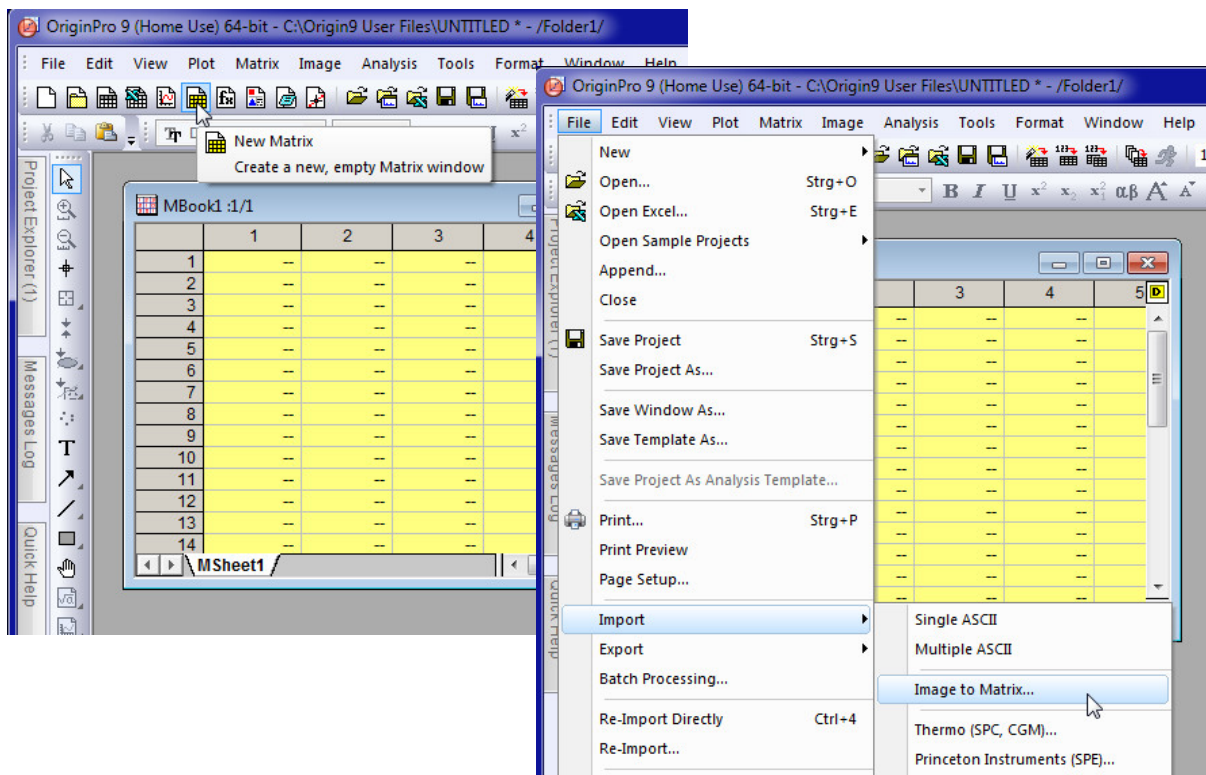


Abb. 8: Import der Bilder als Matrix in Origin 9.0.

Aktivieren Sie durch anklicken die Matrix und importieren Sie in diese über das Menü *File* → *Import* → *Image to Matrix* das Bild (Abb. 8 rechts).

Die Auswertung zur Bestimmung des Radius der Linse umfasst nach dem Import des Bildes folgende Schritte:

- Optional: Kontrast und/oder Schärfe optimieren.
- Bild invertieren, d.h. die konstruktive Interferenzen (Maxima) werden zu dunklen Ringen, die Minima (destruktive Interferenz) zu hellen. Die Minima lassen sich besser bestimmen, die Invertierung erleichtert das spätere Fitten (ist in Origin 8.5 und neuer nicht mehr unbedingt notwendig, in diesen Versionen können genauso einfach „negative“ Lorentz-Funktionen gefittet werden).
- Die Lage der Ringe wird durch eine Profilierung des Bildes bestimmt (Menü *Plot* → *Image* → *Image Profiles*). Suchen Sie das beste horizontale und/oder vertikale Profil durch den Mittelpunkt, mitteln Sie dabei über mehrere (z.B. 3) Pixel. Plotten sie das beste Profil in einem eigenen Graphen.

- Bestimmung der Lage von möglichst vielen Maxima (d.h. der dunklen Ringe) mit dem Gadget „Quick Fit“ mit einer Lorentz-Funktion. Tragen Sie die Ordnung und die Werte in neues Worksheet ein.
- Zeichnen Sie nun die Beugungsordnung als Funktion der Lage in Pixel oder in mm, falls Sie bereits eine Kalibrierung durchgeführt haben. Fitten Sie die Daten mit einer Parabel der Form $y = A|x - x_0|^2$ zur Bestimmung des Mittelpunkts des Interferenzbildes (s. Gl. (17)). Mit diesem Wert können Sie nun eine Zeichnung für die Ordnung als Funktion von r^2 erstellen.
- Die Steigung der an diese Werte angepassten Ausgleichsgeraden liefert dann den gesuchten Radius R der Linse.

Spätestens jetzt, optional auch bereits nach der Profilierung des Bildes benötigen Sie eine Kalibrierung von Pixel in mm:

- Importieren Sie das Eichbild (mm-Papier) in Origin.
- Optional: Kontrast und/oder Schärfe optimieren.
- Profilieren Sie das Bild und bestimmen die Lage der Maxima in mm als Funktion der Pixel-Nummer.
- Erzeugen Sie davon eine Zeichnung, passen Sie eine Ausgleichsgerade an die Daten an. Mit $y[\text{mm}] = a + bx[\text{Pixel}]$ können Sie dann alle Pixel-Werte in mm umrechnen.

Geräteliste

- Linse und optisch plane Glasplatte auf Verschiebetisch
- Mintron CCD Videokamera MS-168FP mit Video-Grabber NI PCI-1407 und PC
- Strahlteiler 50/50
- Weißlichtlampe, Na-Dampf Lampe, Hg-Dampf Lampe
- Polarisations-, Farb-, Bandpass- und Interferenzfilter