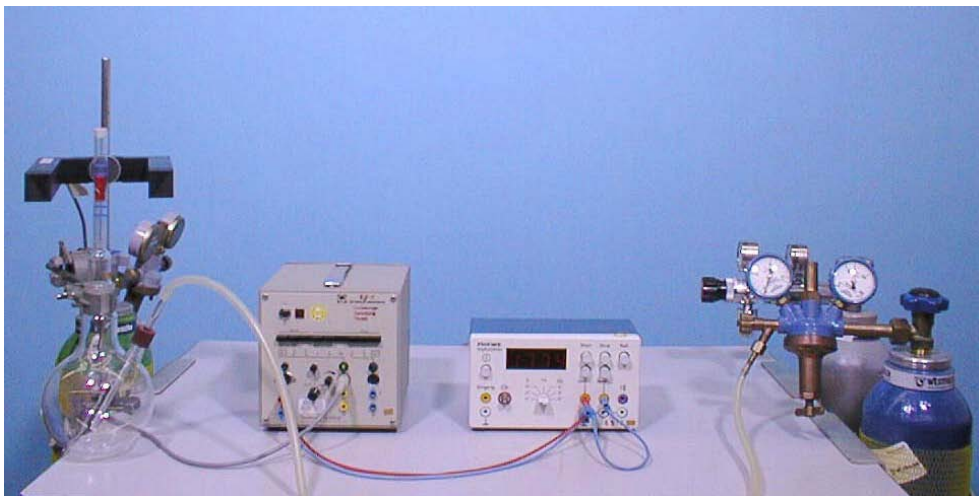


Physikalisches Grundpraktikum für Physiker/innen

Teil II

Gasgesetze



WWW-Adresse Grundpraktikum Physik: <http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/>

Kontaktadressen der Praktikumsleiter:

PD Dr. Manfred Deicher
Zimmer: 1.11, Gebäude E 2.6
e-mail: manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-58198

PD Dr. Patrick Huber
Zimmer: 3.23, Gebäude E2.6
e-mail: p.huber@physik.uni-saarland.de
Telefon: 0681/302-3944

I Gasgesetze

1 Stoffgebiet

- Hauptsätze der Wärmelehre
- Ideales Gas, Osmose
- Boyle-Mariotte'sches Gesetz
- Gay-Lussac'sches Gesetz
- Zustandsgleichung des idealen Gases
- Absolute Temperatur
- Adiabatische Zustandsänderungen, Schallausbreitung
- Avogadro'sche Regel
- Zustandsgleichung des realen Gases
- Partialdrücke, Gesamtdruck
- Druckmessung, Temperaturmessung, Volumenmessung
- Plasmen
- Kinetische Gastheorie

2 Literatur

- D. Meschede
Gerthsen Physik
23., überarb. Aufl. 2006, Springer-Verlag
Kap. 5.2

3 Fragen

1. Leiten Sie die ideale Gasgleichung her.
2. Wie lautet die Zustandsgleichung für reale Gase? Wie erklären sich die Zusatzterme? Unter welchen Bedingungen kann man auf ein reales Gas die ideale Zustandsgleichung anwenden und warum? Zeichnen Sie die Isothermen für ein ideales und reales Gas (CO_2). Kann man ein ideales Gas verflüssigen?
3. Was versteht man unter einer adiabatischen Zustandsänderung? Leiten Sie die adiabatischen Zustandsgleichungen für ein ideales Gas her. Sie verwenden dabei die ideale Gasgleichung $pV = nRT$; wieso dürfen Sie das?
4. Was ist ein Partialdruck? Geben Sie eine Definition an. In einem abgeschlossenen Raum herrscht Normaldruck ($1013 \text{ hPa} = 1013 \text{ mbar}$), und es existiert ein Partialdruck einer „Komponente“ von der Größe 1013 N/m^2 . Machen Sie eine „Druckbilanz“ bzgl. der obigen Komponente und die Summe der übrigen Gase.
5. Die Schallgeschwindigkeit in Gasen ist abhängig von deren charakteristischen Größen. Leiten Sie die Beziehung her, welche diese Größen verknüpft.
6. Welche Möglichkeiten kennen Sie, um Drücke zu messen? Geben Sie Messmethoden an, mit deren Hilfe Drücke im Bereich von 10^{-10} mbar bis 500 bar bestimmt werden können. Wie kann man mit einem Gas Temperaturen messen? Beschreiben Sie eine Versuchsanordnung. Welche Möglichkeiten der Volumenbestimmung kenne Sie?
7. Für welchen physikalischen Sachverhalt gilt eine der idealen Gasgleichung analoge phänomenologische Beziehung? Geben Sie für die Analogie wenigstens eine Plausibilitätsbetrachtung.
8. Was versteht man unter:
 - a) dem Molekulargewicht
 - b) dem Molvolumen bei Normalbedingungen
9. Berechnen Sie die universelle Gaskonstante R aus der idealen Gasgleichung. (Normaldruck $\approx 10^5 \text{ N/m}^2$).
10. Welche Naturkonstanten lassen sich unter Anwendung der Gasgleichungen angeben und wieso?

4 Grundlagen

4.1 Gesetz von Boyle-Mariotte

Bei konstanter Temperatur T (isotherm) gilt für ein ideales Gas:

$$pV = \text{const.} \quad (1)$$

p = Druck, V = Volumen

4.2 Gesetz von Gay-Lussac

Bei isochoren Zustandsänderungen ($V = \text{const.}$) eines idealen Gases gilt:

$$p = p_0(1 + \alpha T) \quad (2)$$

wobei p_0 = Druck bei 0°C und α = kubischer Ausdehnungskoeffizient.

Mit Gl. (1) ergibt sich für isobare Zustandsänderungen ($p = \text{const.}$) auch die Form:

$$V = V_0(1 + \alpha T) \quad (3)$$

wobei V_0 = Volumen bei 0°C .

4.3 Gesetz von Avogadro

Nach Avogadro nimmt ein Mol eines Gases bei Normalbedingungen, d.h. bei einem Druck von 1013 hPa und einer Temperatur von $273,2 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$ ein Volumen von 22414 cm^3 ein.

4.4 Herleitung der idealen Gasgleichung

Ein Gas habe im Anfangszustand den Druck p_0 , das Volumen V_0 und die Temperatur $T_0 = 0^\circ\text{C}$.

Nach einer isothermen Zustandsänderung gilt nach Gl. (1):

$$p_1 V_1 = p_0 V_0 \quad \text{bei } T_0 = 0^\circ\text{C} \quad (4)$$

Der Zustand (p, V_1, T_0) wird isobar überführt in (p, V, T)

Gemäß Gl. (3) gilt:

$$V = V_1(1 + \alpha T) \quad V_1 = \text{Volumen bei } 0^\circ\text{C} \quad (5)$$

$$V_1 = \frac{V}{1 + \alpha T} \quad (6)$$

Einsetzen von Gl. (6) in Gl. (4) ergibt:

$$pV = p_0 V_0 \alpha \left(\frac{1}{\alpha} + T \right) \quad (7)$$

Durch Einführen der absoluten Temperatur T in [K]

$$T[\text{K}] = \left(\frac{1}{\alpha} + T[^\circ\text{C}] \right) \quad (8)$$

folgt schließlich für Gl. (7):

$$pV = p_0 V_0 \alpha T = c' T \quad (9)$$

Der Faktor c' hängt von der Natur und Masse des Gases ab. Bei Verdopplung der Masse m , verdoppelt sich auch bei gleichem Druck und gleicher Temperatur das Volumen V_0 , d.h.

$$c' = mC \quad (10)$$

Somit ergibt sich für Gl. (9):

$$pV = mCT \quad (11)$$

Bezieht man Gl. (11) auf ein Mol eines Gases, so ergibt sich:

$$pV_{mol} = MCT \quad (12)$$

wobei V_{mol} = Molvolumen, M = Molmasse.

Für verschiedene Gasarten (I und II) gilt nach Avogadro:

$$V_{mol_I} = \frac{M_1 C_1 T}{p} = V_{mol_{II}} = \frac{M_2 C_2 T}{p} \quad (13)$$

d.h. das Produkt MC ist für alle Gase eine Konstante, nämlich die universelle (absolute) Gas-konstante R .

Somit lautet die Zustandsgleichung für ideale Gase:

$$pV_{mol} = RT \quad \text{bzw.} \quad pV = nRT \quad (14)$$

wobei n die Anzahl der Mole ist.

4.5 Zustandsgleichung für reale Gase

Bei realen Gasen müssen das Eigenvolumen der Moleküle und die Wechselwirkungskräfte (van der Waals-Kräfte) zwischen den Molekülen berücksichtigt werden. Daher müssen Druck und Volumen durch Korrekturterme ergänzt werden. Dies geschieht in der van der Waals'schen Zustandsgleichung für reale Gase für ein Mol

$$\left(p + \frac{a}{V_{mol}^2} \right) (V_{mol} - b) = RT \quad (15)$$

und für n Mole:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V_{mol}^2} \right) (V_{mol} - nb) = nRT$$

5 Versuchsdurchführung

5.1 Versuchsaufbau

Um mit einem Versuchsaufbau sowohl die Gültigkeit des Gesetzes von Boyle-Mariotte, als auch des Gesetzes von Gay-Lussac zu überprüfen, ist es notwendig, das Volumen V und die Temperatur T einer bestimmten Gasmenge zu variieren und den zu V und T zugehörigen Gasdruck zu messen. Der Versuchsaufbau, mit dem dies möglich ist, ist schematisch in Abbildung 1 zu sehen.

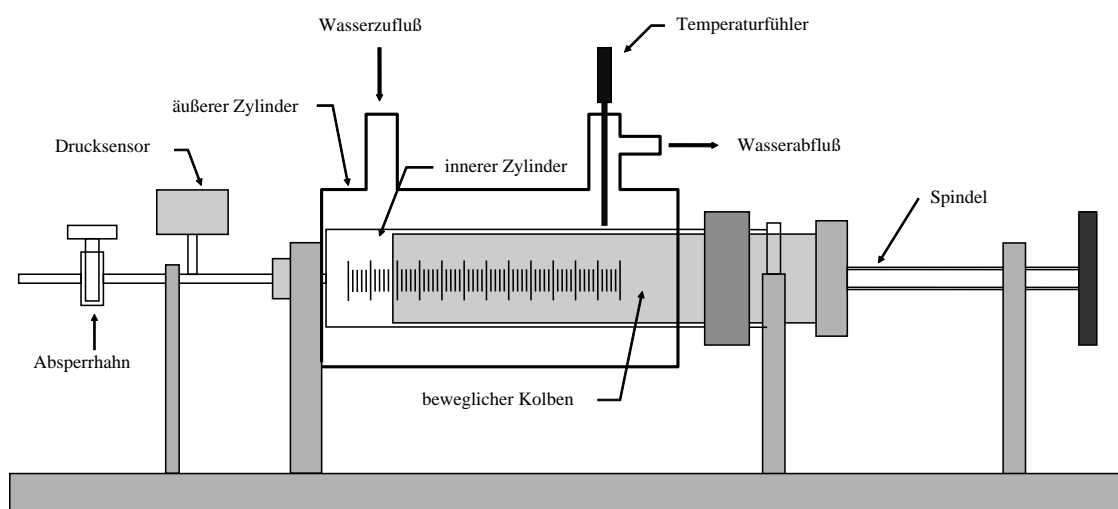


Abb. 1: Schematische Ansicht des Versuchsaufbaus.

Durch Verschieben des Kolbens mittels der Spindel kann das Gasvolumen des inneren Zylinders in gewissen Grenzen frei variiert werden, wobei der Luftdruck im inneren Zylinder durch einen angeschlossenen Drucksensor mit zugehörigem Anzeigegerät gemessen wird. Mit dem Absperrhahn kann bei Bedarf der innere Zylinder belüftet werden. Dadurch ist es möglich, den Zusammenhang zwischen dem Druck p und dem Gasvolumen V experimentell zu ermitteln. Um zusätzlich noch den Einfluss der Gastemperatur T zu überprüfen, ist der äußere Zylinder mit Wasser gefüllt, dessen Temperatur über einen externen Thermostaten von Raumtemperatur bis ungefähr 80 °C verändert werden kann. Die Wassertemperatur und somit die Temperatur, der im inneren Zylinder eingeschlossenen Gasmenge wird durch den Temperaturfühler gemessen.

5.2 Versuchsdurchführung

Aufgabe 0: Vorversuch - Lecktest

Es ist für die weitere Durchführung des Versuchs von essentieller Bedeutung, dass die Gasmenge, d.h. die Molzahl im Messvolumen während der Versuchsdurchführung konstant ist. (Warum? Siehe dazu auch die Aufgaben 1 und 2). Bevor Sie mit der eigentlichen Versuchsdurchführung beginnen, sollten Sie überprüfen, ob das Messvolumen, samt angeschlossenen Ventil und Drucksensor luftdicht ist. Die Dichtigkeit des Kolbens soll durch Vakuumpfett gewährleistet werden, wobei dieses Fett aufgrund von Abnutzung im Laufe der Zeit eventuell erneuert werden muss. Desweiteren ist es wichtig, dass die Oberfläche des Kolbens nicht be-

schädigt wird. Vermeiden Sie es daher, den Kolben mit scharfkantigen Gegenständen zu beschädigen.

Um die Dichtheit der Anlage zu testen, öffnen Sie das Absperrventil und stellen Sie das Messvolumen auf 20 ml ein. Drehen Sie nun den inneren Kolben einmal um seine Achse, um das Vakuumfett gleichmäßig zu verteilen. Danach schließen Sie das Ventil und expandieren das Volumen auf 60 ml. Kontrollieren Sie in dieser Stellung über mehrerer Minuten den Luftdruck im Kolben.

Damit Ihnen während der Wartezeit nicht langweilig wird, eine kleine Frage: Schätzen Sie die Kraft ab, die notwendig ist, den Kolben in dieser Stellung zu halten (Durchmesser des Kolbens 3,2 cm).

Falls der Gasdruck im Messvolumen sich nicht verändert hat, ist Ihr Versuchsaufbau luftdicht und sie können mit dem Aufgabe 1 weitermachen. Nimmt jedoch der Luftdruck im Verlauf mehrerer Minuten stark zu, so wenden Sie sich an den Versuchsbetreuer.

Anmerkung: Auch wenn Ihre Anlage luftdicht scheint, wird immer ein Bruchteil der eingeschlossenen Gasmenge aus Lecks entweichen. Diese Leckrate ist umso größer, je größer die Druckdifferenz zwischen dem Inneren und dem Äußeren ist. Um den Gasverlust zu minimieren, sollten Sie zwischen zwei Messreihen den Kolben immer so verschieben, dass im inneren Zylinder ungefähr Aussendruck herrscht. Dies ist vor allem bei Aufgabe 2 für die Zeiten wichtig, in denen jeweils die Temperatur eingeregelt wird.

Aufgabe 1: Boyle-Mariotte

Überprüfen Sie die Gültigkeit des Boyle-Mariotte'schen Gesetzes für Luft in der Nähe des Atmosphärendruckes.

Messung

Belüften Sie den inneren Kolben und stellen Sie ein Messvolumen von 20 ml ein. Danach schließen Sie das Absperrventil. Expandieren Sie nun in 10 Schritten das Messvolumen V von 20 auf 50 ml und messen Sie den dazugehörigen Luftdruck p im inneren Kolben. Danach komprimieren Sie das Gasvolumen wieder soweit, dass der Luftdruck ungefähr gleich dem Atmosphärendruck ist.

Auswertung

1.1 Tragen Sie nun graphisch V gegen $1/p$ auf. Nach dem Boyle-Mariottesche'schen Gesetz (vgl. Gl. (1)) sollte diese Auftragung eine lineare Abhängigkeit ergeben.

1.2 Tragen Sie nun in einem weiteren Diagramm p gegen $1/V$ auf. Nach Gl. (2) sollte auch bei dieser Auftragung ein lineare Abhängigkeit auftreten. Wie Sie jedoch bemerken werden, ist dies streng genommen nicht mehr der Fall.

Erklärung:

Das Volumen V setzt sich aus dem Volumen des inneren Kolbens V_K und einem Restvolumen V_R zusammen. Es gilt:

$$V = V_K + V_R \quad (16)$$

V_R ist dabei das Volumen in den Zuleitungen zu Drucksensor und Absperrventil. Sie lesen direkt den Zusammenhang zwischen V_K und p ab; da auch die Luft in V_R expandiert wird, ist nicht der Zusammenhang zwischen V_K und p , sondern zwischen $(V_K + V_R)$ und p von physikalischer Bedeutung. Es ist daher notwendig, das Restvolumen V_R abzuschätzen.

Dazu passen wir das Boyle-Mariotte'sche Gesetz dem gegebenen Versuchsaufbau an. Aus Gl. (1) wird dadurch:

$$p(V_K + V_R) = \text{const.} = c \quad (17)$$

Dies bedeutet, dass sich zwischen p und $1/V_K$ keine lineare, sondern eine hyperbolische Beziehung besteht. Dies sehen Sie auch bei der Auftragung aus Teilaufgabe 2.

Bei der Auftragung aus Teilaufgabe 1.1 wird die Abweichung nicht sichtbar, da das Restvolumen V_R nur als additive Konstante eingeht. Dies sehen wir direkt, wenn wir Gl. (17) umformen. Danach ergibt sich für den Zusammenhang zwischen dem gemessenen Volumen V_K und dem Druck p im inneren Zylinder:

$$V_K = c \frac{1}{p} - V_R \quad (18)$$

Das heißt, der Zusammenhang zwischen V_K und $1/p$ ist trotz dem noch nicht berücksichtigten Restvolumen linear. Nach Gl. (18) ist es Ihnen nun möglich, das Restvolumen abzuschätzen. Bei der Auftragung aus Teilaufgabe 1.1 (V gegen $1/p$) wird die Ausgleichsgerade nicht durch den Ursprung gehen. Aus dem Abzissenabschnitt können Sie das gesuchte Restvolumen V_R ermitteln.

1.3 Ermitteln Sie aus Teilaufgabe 1.1 das Restvolumen V_R . Um die obigen Erläuterungen zu verifizieren, sollten Sie nun p gegen $1/(V_K + V_R)$ graphisch auftragen, wobei sich ein linearer Zusammenhang ergeben sollte.

1.4 Es ist Ihnen nun auch möglich, die Anzahl der Mole n , die sich in dem Volumen $V_K + V_R$ befindet zu bestimmen. Nach dem Avogadro'schen Gesetz (siehe 4.3) und Gleichung (14) folgt die Beziehung:

$$\frac{pV}{nT} = \frac{p_0V_0}{T_0} \quad (19)$$

wobei mit p_0 , V_0 und T_0 die Normalbedingungen bezeichnet werden. Durch Umformen von Gl. (19) erhalten wir:

$$p = \frac{p_0V_0}{T_0} T n \frac{1}{V} \quad (20)$$

d.h. in Ihrer Auftragung von V gegen $1/p$ (Teilaufgabe 1.3) ist die Steigung der Ausgleichsgeraden auch von der Molzahl n abhängig. Ermitteln Sie daher aus der Steigung der Regressionsgeraden, den Normalbedingungen und der Temperatur T die Anzahl der Mole, die sich in dem inneren Kolben befindet.

Aufgabe 2: Zustandsgleichung der idealen Gase

Um die Gültigkeit der idealen Gasgleichung zu überprüfen, müssen wir die Temperatur T als einen weiteren Parameter ins Spiel bringen. Sie sollen nun bei unterschiedlichen Gastemperaturen T den Zusammenhang zwischen p und V ermitteln und daraus die allgemeine Gaskonstante R bestimmen.

Messung und Auswertung:

Ohne den inneren Kolben zu belüften (d.h. die in Aufgabe 1.4 ermittelte Molzahl ist noch aktuell) messen Sie bei 5 Temperaturen zwischen Raumtemperatur und 80 °C den Zusammenhang zwischen p und V . Dazu stellen Sie am Thermostaten eine gewünschte Temperatur ein. Während die Wassertemperatur und damit auch die Lufttemperatur im Kolben

eingeregelt wird, verschieben Sie den Kolbens immer in der Art, dass im inneren Zylinder ungefähr Normaldruck herrscht. Wenn sich die gewünschte Temperatur eingeregelt hat, d.h. wenn sich bei einer gegebenen Kolbenstellung der Druck nicht mehr verändert, messen Sie wie in Aufgabe 1 den Zusammenhang zwischen p und V für 11 Volumina im Intervall von 20 bis 50 ml. (Anmerkung: Es sollten bei jeder Temperatur immer die gleichen Volumina sein. Siehe auch Aufgabe 3). Komprimieren Sie das Volumen nach jeder Messung wieder, bis im inneren Kolben Normaldruck herrscht.

Nach der Zustandsgleichung für ideale Gase (Gl. (14)) gilt zwischen V und $1/p$ ein linearer Zusammenhang, wobei die Steigung der Ausgleichsgeraden temperaturabhängig ist.

Es gilt:

$$V = nRT \frac{1}{p} = b(T) \frac{1}{p}$$

mit

$$b(T) = nRT \tag{21}$$

Tragen Sie für jede Temperatur V gegen $1/p$ graphisch auf. Die Steigung der Ausgleichsgeraden entspricht $b(T)$. (Welches V verwenden Sie dafür?)

Tragen Sie nun $b(T)$ für jede Temperatur gegen T auf. Nach Gl. (21) sollte sich wiederum eine lineare Abhängigkeit ergeben. Die Steigung der Ausgleichsgeraden ist nR . Mit der in Aufgabe 1.4 bestimmten Molzahl n können Sie nun die gesuchte Gaskonstante R ermitteln. Führen Sie auch noch eine Fehlerabschätzung für R durch.

Anmerkung: Ähnlich wie in Aufgabe 2 geht in die Bestimmung der allgemeinen Gaskonstanten R ein durch den Versuchsaufbau bedingter systematischer Fehler ein. Welcher Fehler ist das? Beachten Sie, dass bei dieser Aufgabe die Temperatur als weiterer Parameter dazukommt.

Aufgabe 3: Gay-Lussac

Aus den Messwerten, die Sie in Aufgabe 2 ermittelt haben, können Sie die Gültigkeit des Gay-Lussac'schen Gesetzes überprüfen und den Temperaturkoeffizienten α ermitteln.

Wählen Sie sich dazu ein bestimmtes Volumen V und tragen Sie für die unterschiedlichen Temperaturen den Druck p gegen die Gastemperatur T (in °C) graphisch auf. Nach dem Gay-Lussac'schen Gesetz (Gl. (2)) sollte sich ein linearer Zusammenhang ergeben. Aus dem Abzissenabschnitt und der Steigung der Ausgleichsgeraden lässt sich der gesuchte kubische Ausdehnungskoeffizient α ermitteln. Führen Sie eine Fehlerabschätzung für α durch.

II Adiabatenexponent

6 Grundlagen

6.1 Methode von Clément und Desormes

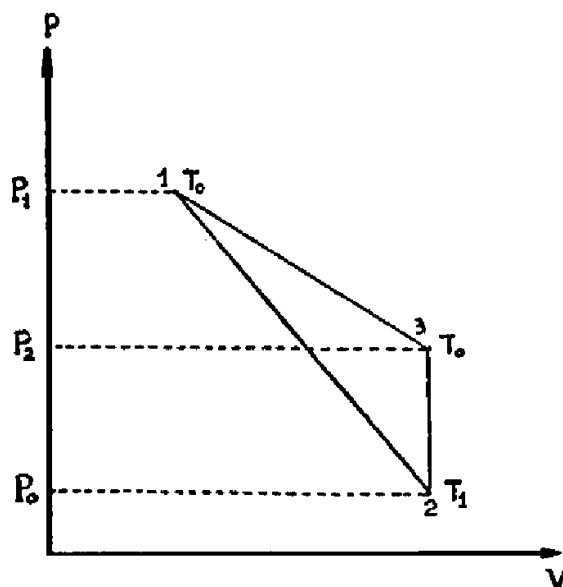


Abb. 2: p - V -Diagramm zur Definition des Adiabatenexponenten.

Der Adiabatenexponent ist definiert als $\kappa = c_p / c_v$. Bei Gasen kann man nach der Methode von Clément und Desormes bestimmen: Man bringt das zu untersuchende, in einem festen Volumen eingeschlossene Gas bei Zimmertemperatur T_0 auf den über Atmosphärendruck p_0 liegenden Druck p_1 (Punkt 1 im p - V -Diagramm, (Abb. 2)). Dann lässt man den Gasdruck adiabatisch auf p_0 verringern (Punkt 2), wobei das Gas sich abkühlt. Durch den Wärmeaustausch mit der Umgebung erwärmt sich das Gas wieder auf T_0 und es stellt sich der Druck p_2 ein (Punkt 3).

Aus der Poisson'schen Gleichung

$$pV^\kappa = \text{const.} \quad (22)$$

und der allgemeinen Gasgleichung

$$\frac{pV}{T} = \text{const.} \quad (23)$$

folgt für die adiabatische Zustandsänderung ($1 \rightarrow 2$):

$$\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^\kappa = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{1-\kappa} \quad (24)$$

und für die isochore Zustandsänderung ($2 \rightarrow 3$):

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{p_2}{p_0} \quad (25)$$

Aus (24) und (25) folgt:

$$\kappa \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = \ln \left(\frac{p_0}{p_1} \right) \quad (26)$$

Da p_2/p_1 und p_0/p_1 nahe bei 1 liegen, lässt sich die Näherungsformel anwenden, und man erhält:

$$\kappa \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = \frac{p_0}{p_1} - 1 \quad (27)$$

woraus folgt:

$$\kappa = \frac{p_1 - p_0}{p_1 - p_2} \quad (28)$$

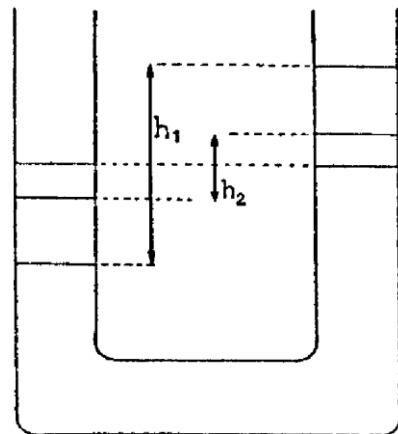
Die Druckmessung erfolgt mittels eines Flüssigkeitsmanometers (Abb. 3).

h gibt den Überdruck (bezogen auf den äußeren Druck) in cm-Wassersäule an. Speziell: h_1 entspricht dem Überdruck $p_1 - p_0$ vor der Zustandsänderung ($1 \rightarrow 2$), h_2 dem Überdruck $p_2 - p_0$ nach der Zustandsänderung ($2 \rightarrow 3$).

Daraus und aus (28) erhält man:

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (29)$$

Abb. 3: Flüssigkeitsmanometer.



6.2 Methode von Rüchardt und Flammersfeld

In dem Experiment von Rüchardt [1] zur Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten lässt man eine Stahlkugel in einem Präzisionsglasrohr auf einem abgeschlossenen Gasvolumen adiabatisch schwingen. Gemessen wird die Periodendauer der Schwingung. Diese Methode besitzt den Nachteil, dass die Schwingung gedämpft ist und der Schwingungsmittelpunkt sich ständig nach unten verlagert. Eine genaue Messung der Periodendauer ist dadurch schwierig.

Die Weiterentwicklung der Messmethode durch A. Flammersfeld im Jahr [2] benutzt ein zylindrisches Rohr mit einer etwa in der Mitte absichtlich angebrachten kleinen Öffnung zum Druckausgleich (Abb. 4). Um eine stabile, ungedämpfte Schwingung zu erhalten, wird das durch den unvermeidlichen Spielraum zwischen Präzisionsglasrohr und Schwingkörper entweichende Gas über ein Rohr dem System nachgeführt. Der Schwingkörper möge sich zunächst unterhalb der Öffnung befinden. Durch das nachströmende Gas baut sich nun ein geringer Überdruck auf, der den Schwinger nach oben treibt. Sobald die Öffnung durch den Schwinger freigegeben wird, entweicht der Überdruck, der Schwinger fällt nach unten, und der beschriebene Vorgang wiederholt sich. Auf diese Weise ist der eigentlichen, freien Schwingung eine geringe, phasenrichtige Anregung überlagert. Der Gasstrom wird nun so eingestellt, dass man eine ungedämpfte, um die Öffnung symmetrische Schwingung konstanter Amplitude erhält, deren Periodendauer jetzt bequem mit Hilfe von Lichtschranke, Zähler und Stoppuhr sehr exakt bestimmt werden kann.

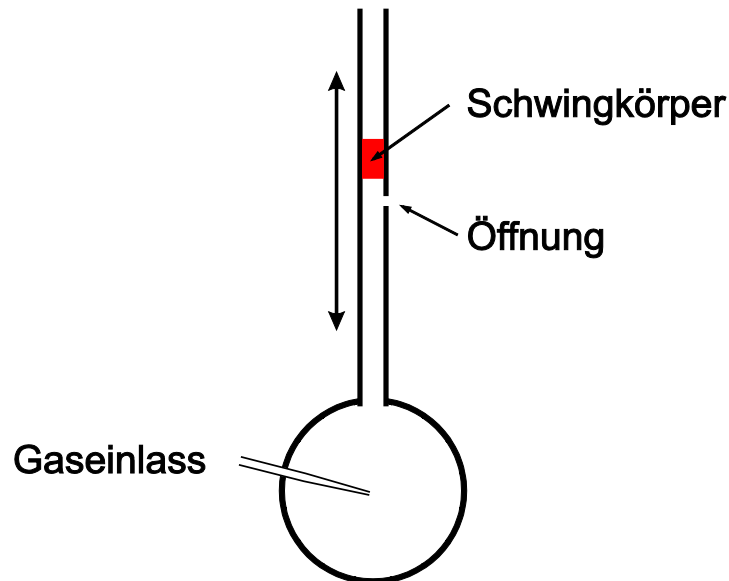


Abb. 4: Gas-Oszillator nach Flammersfeld.

Der Schwingkörper der Masse m befindet sich im Gleichgewicht, wenn der innere Gasdruck p dem äußeren Luftdruck p_0 und dem durch das Gewicht des Schwingers hervorgerufenen Druck entspricht

$$p = p_0 + \frac{mg}{\pi r^2} \quad (30)$$

(g = Erdbeschleunigung, r = Radius des Schwingkörpers bzw. Glasrohres).

Durch die Auslenkung x aus dieser Gleichgewichtslage ergibt sich eine Volumenänderung $dV = \pi r^2 x$ und eine Druckänderung dp . Läuft der Vorgang hinreichend schnell ab, kann er als adiabatisch betrachtet werden:

$$\begin{aligned} pV^\kappa &= \text{const.} \quad \text{bzw.} \quad p = V^\kappa \times \text{const.} \\ \Rightarrow \frac{dp}{dV} &= -\kappa \frac{1}{V} p \\ \Rightarrow dp &= -\kappa \frac{p}{V} dV = -\kappa \frac{p}{V} \pi r^2 x \end{aligned} \quad (31)$$

Schwingt der Körper mit der Auslenkung x aus der Gleichgewichtslage, so ändert sich p um dp und für die auftretenden Kräfte gilt

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\pi r^2 dp \quad (32)$$

Setzt man in Gl. (32) die Gl. (31) ein, ergibt sich die Differentialgleichung für eine harmonische Schwingung:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} - \pi r^2 \kappa \frac{p}{V} \pi r^2 x = 0 \Rightarrow m \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{\kappa p \pi^2 r^4}{V} x \quad (33)$$

Die Schwingungsdauer ist gegeben durch

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\omega^2} = \frac{4mV}{\kappa p r^4} \quad (34)$$

Damit ist der Adiabatenkoeffizient gegeben durch

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{4mV}{T^2 p r^4} \quad (35)$$

[1] E. Rüchardt, Physikalische Zeitschrift 30 (1929) 58

[2] A. Flammersfeld. Z. f. Naturforschung 27a (1972) 3

6.3 Versuchsdurchführung

Aufgabe 1: Methode von Clément und Desormes

Bestimmen Sie den Adiabatenexponent κ von Luft und von CO_2 nach der Methode von Clément und Desormes.

Messung

Für die Messung an Luft und CO_2 steht je ein Glasbehälter zur Verfügung. Es ist darauf zu achten, dass der gläserne 3-Wege-Hahn des H_2O -Manometers jeweils den richtigen Behälter verbindet. In einem Probeversuch ist zu kontrollieren, ob das Manometer im aperiodischen Grenzfall gedämpft ist. Andernfalls muss man die Schlauchklemme am oberen Ende des Manometers nachstellen.

Luft bzw. CO_2 wird bis zu einem Überdruck $p_1 - p_0$, entsprechend etwa 30 cm Wassersäule, in den jeweiligen Glasbehälter eingelassen. Danach wird bei Messungen an Luft der Verbindungsschlauch zur Pumpe abgeklemmt. Der Temperaturengleich wird abgewartet (Punkt 1 im p - V -Diagramm (Abb. 2)). Danach wird der Haupthahn des jeweiligen Behälters geöffnet und nach dem adiabatischen Druckausgleich sofort wieder geschlossen ($1 \rightarrow 2$). Die Öffnungszeit des Hahnes ist für das Gelingen des Versuches entscheidend. Die dem Glasbehälter entströmende Gasmenge wird in der Folge vernachlässigt. Bei konstantem Volumen erwärmt sich das Gas wieder bis zur Zimmertemperatur ($2 \rightarrow 3$). Die damit verbundene Druckänderung liest man auf dem Manometer ab und bestimmt κ aus Gl. (29). Für jedes Gas führe man 5 Messungen durch und bilde den Mittelwert.

Aufgabe 2: Methode von Rüchardt und Flammersfeld

Bestimmen Sie den Adiabatenexponenten κ von Luft und CO_2 nach der Methode von Flammersfeld.

Messung

Man stellt einen schwachen Gasstrom ein, lässt dann den Schwingkörper vorsichtig in das Präzisionsrohr gleiten und verändert den Gasstrom so lange, bis der Schwingkörper symmetrisch um den Luftschlitz schwingt. Messen Sie die Zeit für mindestens 300 Schwingungen. Zur Bestimmung des Adiabatenexponenten κ nach Gl. (35) sind die Daten des Schwingkörpers, das Volumen V des Oszillators (bis zum Schlitz) sowie der herrschende Luftdruck p zu ermitteln. Der Durchmesser d des Schwingkörpers ist sehr exakt zu messen (z.B. mit einer Mikrometerschraube), da dieser Wert in vierter Potenz eingeht. Für p ist der wahre Druck am Messort einzusetzen.

Die Werte des momentanen Aufbaus sind:

- Masse des Schwingers: 4,594 g

- Durchmesser des Schwingers: 11,877 mm
- Volumen des Oszillators: 1,15 l

7 Versuchsausstattung

- 1 Flüssigkeitsmanometer
- 1 Glasgehälter mit Luftpumpe
- 1 Glasbehälter
- 1 CO₂-Flasche
- 1 Drei-Wege-Hahn
- 1 Gasoszillator nach Flammersfeld mit Stativ und Gabellichtschranke
- 1 Digitalzähler
- 1 Stoppuhr