

Physikalisches Grundpraktikum

Beugung und Interferenz elektromagnetischer Wellen

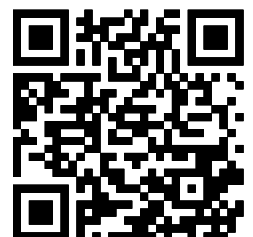


Grundpraktikum Physik: <http://grundpraktikum.physik.uni-saarland.de/>

Kontaktadressen der Praktikumsleiter:

PD Dr. Manfred Deicher
Zimmer: 1.11, Gebäude E 2.6
e-mail: manfred.deicher@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-58198

Dr. Herbert Wolf
Zimmer: 1.13, Gebäude E2.6
e-mail: herbert@tech-phys.uni-sb.de
Telefon: 0681/302-2038



Stoffgebiet

- Eigenschaften von Lichtwellen
- Ausbreitung von Wellen
- Interferenz von Wellen
- Beugung an Einfachspalt, Doppelspalt und Lochblende
- Kohärenz von Licht
- Laser und thermische Lichtquellen

1. Literatur

- P.A. Tipler, G. Mosca, *Physik*
2. Auflage (Elsevier, München 2004)
- W. Demtröder, *Experimentalphysik 2 - Elektrizität und Optik*
6. Aufl. (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2013)
- D. Gerschke, *Physikalisches Praktikum*
12. Auflage (Teubner, Stuttgart 2001)

2. Fragen

1. Was versteht man unter dem Huygensschen Prinzip?
2. Was versteht man unter Interferenz?
3. Was versteht man unter Kohärenz (Kohärenzlänge, Kohärenzzeit)?
4. Was versteht man unter Beugung und wie lauten die Bedingungen für Maxima und Minima der Beugungsfigur am Einfachspalt?
5. Warum ist der Einfachspalt als Spektrometer ungeeignet (Erklärung mit Hilfe des Beugungsbilds des Einfachspalts)?
6. Welche Annahmen macht man speziell bei der Fraunhoferschen Beugung? Wie sieht das Fraunhofersche Beugungsbild eines Doppelspalt aus wenn
 - die Spaltbreite sehr klein gegen den Abstand ist?
 - Spaltbreite und Abstand übereinstimmen?
7. Wie sieht das Beugungsbild eines Strichgitters aus?
8. In welche Bildfigur wird eine unendlich entfernte Punktlichtquelle in der Brennebene eines Fotoapparates oder Fernrohres abgebildet?

3. Grundlagen

3.1 Typischer Aufbau eines Beugungsexperimentes

Im vorliegenden Versuch wird die Aufgabe gestellt, die Auswirkungen seitlicher Begrenzungen (endliche Größe der Spalte, Linsen, Lichtquellen etc.) auf das reale optische Experiment zu untersuchen. Hierzu ist ein Strahlengang geeignet, der in abgewandelter Form in sehr vielen optischen Instrumenten (z.B. Gitter- oder Prismenspektrograph) wiederkehrt (Abb.1a).

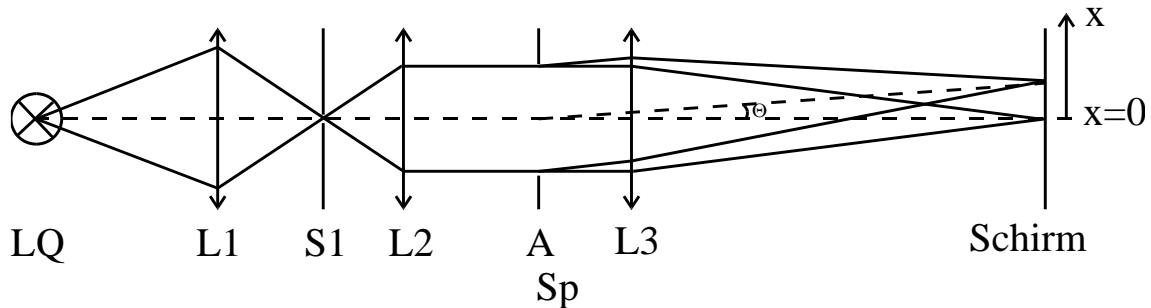


Abb. 1a: Typischer Aufbau eines optischen Experimentes mit Apertur.

Mit Hilfe der Linse $L1$ wird die Lichtquelle LQ auf den Spalt $S1$ abgebildet. $S1$ dient als Sekundärlichtquelle, die in einer Richtung praktisch punktförmig ist (die Erweiterung auf zwei Dimensionen verläuft dann analog dazu). Dies ist die notwendige Voraussetzung für die Erzeugung parallelen Lichtes durch $L2$. $L2$ macht alle Strahlen, die von dem „punktförmigen“ Spalt $S1$ ausgehen, parallel. Diese werden dann nach Durchgang durch den Spalt A (der die Apertur simulieren soll und in einem optischen Experiment durch ein Prisma oder Gitter ersetzt wird) durch die Linse $L3$ auf den Schirm abgebildet.

Im Idealfall unendlich großer Lichtbündel, d.h. unter Vernachlässigung der seitlichen Begrenzung in A , erscheint auf dem Schirm ein beliebig scharfes Bild des Spaltes $S1$. Da die Ausdehnung von A jedoch immer endlich ist, wird das Licht am Spalt A gebeugt und das Bild von $S1$ erscheint auf dem Schirm infolge dieser Beugungsfigur unscharf. In einem realen Versuch erscheinen natürlich, bedingt durch die Begrenzungen der Linsen, immer Beugungsfiguren auf dem Schirm, es soll nur hier der Einfachheit halber davon ausgegangen werden, dass die Größe des Spaltes A kleiner ist als die Größe der Linsen.

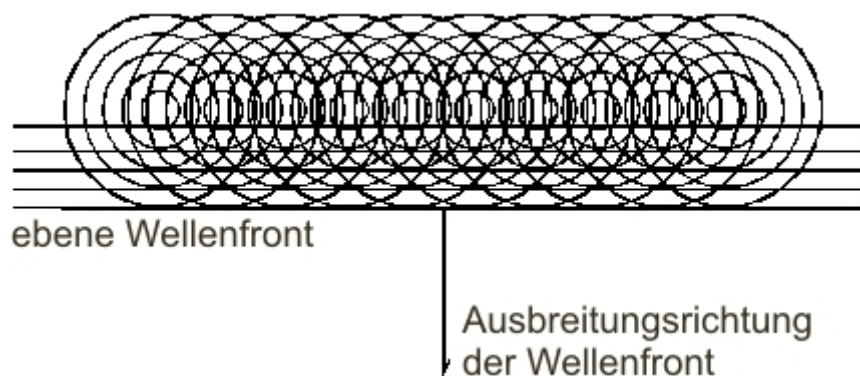


Abb. 2: Aufbau einer ebenen Wellenfront nach dem Huygensschen Prinzip aus Elementarwellen.

Zur Beschreibung des in Abb. 1a skizzierten Experimentes machen wir folgende Voraussetzungen:

1. Die einfallende Lichtwelle ist eben, d.h. die Welle besitzt in allen Punkten der Beugungsebene die gleiche Phase.
2. Betrachten wir einen Punkt P auf dem Schirm, so überlagern sich in diesem alle Wellen, die den Spalt (die Beugungsebene) unter dem gleichen Winkel verlassen (parallele Strahlen, Abb. 1b).

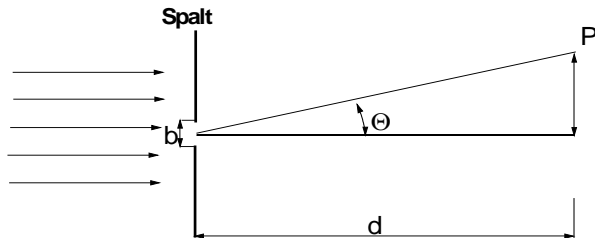


Abb. 1b: Darstellung der Voraussetzungen 1. und 2.

Letzteres bedeutet, dass sich der Aufpunkt P weit entfernt vom Spalt befindet, d.h. in der sogenannten „Fernzone“. Diese ist dadurch bestimmt, dass das Produkt aus der Entfernung d und der Wellenlänge des Lichtes sehr groß sein muss gegen die Größe des Spaltes, projiziert auf die Beobachtungsrichtung (Beobachtungswinkel Θ):

$$d\lambda \gg \left(\frac{1}{2} b \cos \Theta \right)^2 \geq \frac{b^2}{4} \quad (1)$$

Beugung, die unter den Voraussetzungen 1. und 2. beobachtet wird, heißt *Fraunhofer-Beugung*.

Da die Voraussetzung 2. nicht immer erfüllt ist, kann man die Superposition paralleler Strahlen durch eine weitere Sammellinse gewährleisten. Diese bildet alle Strahlen, die parallel zueinander unter einem Winkel Θ auf die Linse treffen, in einen Punkt in ihrer Brennebene ab.

Die erste Voraussetzung wird immer in sehr guter Näherung erfüllt, wenn Laser als Lichtquelle verwendet werden. Man muss allerdings beim Versuchsaufbau immer darauf achten, dass auch die zweite Voraussetzung in Form obiger Ungleichung erfüllt ist.

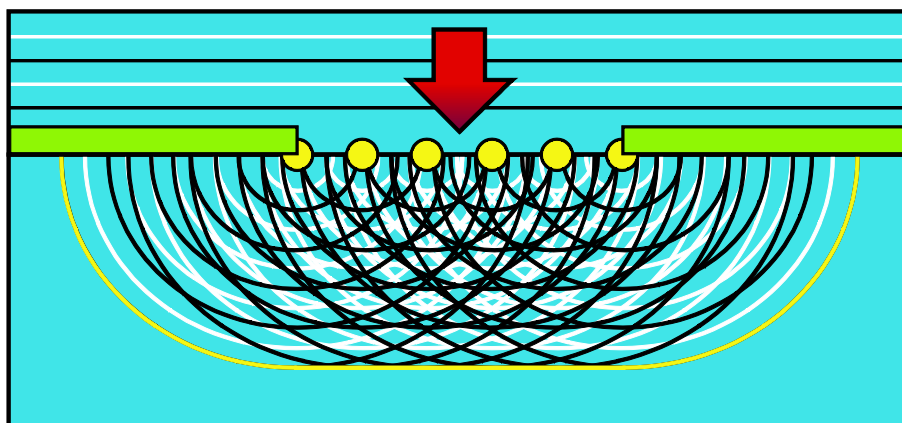


Abb. 3: Huygenschen Prinzip für einen mit einer ebenen Welle von oben beleuchteten Spalt. Die Anteile der Kugelwellen, deren Ausbreitungsrichtung nicht mit der Fortpflanzungsrichtung der Primärwelle zusammenfällt, löschen sich nicht mehr alle durch Interferenz aus.

Nach dem Huygensschen Prinzip stellt jeder von einer beliebigen Welle getroffene Raumpunkt selbst eine Quelle einer sekundären Kugelwelle („Elementarwelle“) dar, die solange emittiert wird, wie die Primärwelle einfällt. Die weiterlaufende ebene Welle ergibt sich als Überlagerung solcher Kugelwellen. Wegen der auslöschenden Interferenzen in allen Richtungen, die von der Ausbreitungsrichtung der ebenen Welle abweichen, bleibt diese Wellenform bei der Ausbreitung erhalten.

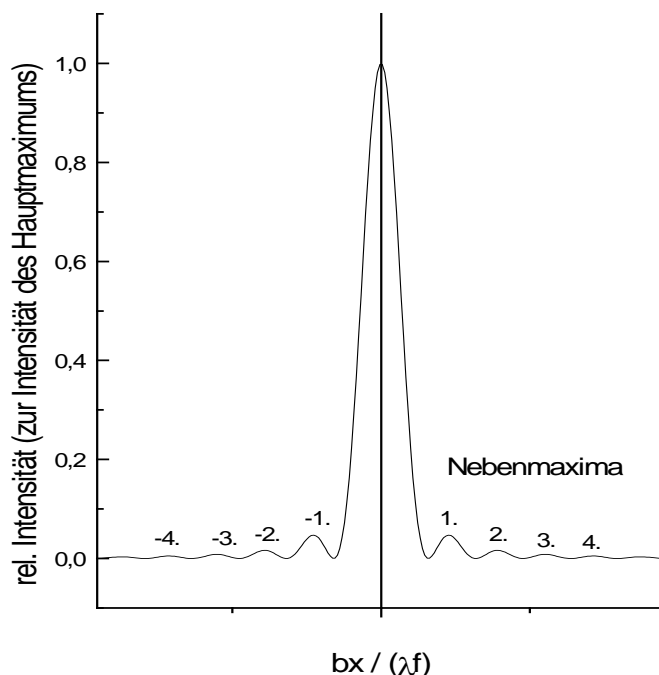
Anders ist dies, wenn durch einen Spalt ein eng begrenzter Bereich der ebenen Welle ausgeblendet wird (Abb. 3). Denkt man sich den mit einer ebenen Welle beleuchteten Spalt mit unendlich vielen Ausgangspunkten Huygensscher Elementarwellen belegt, die kohärent auslaufen, so löschen sich die Anteile der Kugelwellen, deren Ausbreitungsrichtung nicht mit der Fortpflanzungsrichtung der Primärwelle zusammenfällt, nicht mehr alle durch Interferenz aus.

Die Intensitätsverteilung hinter dem Spalt in der Brennebene der Linse $L3$ (Abb. 1) in x -Richtung wird in guter Näherung wie folgt beschrieben:

$$I(x) = (Ab^2) \frac{\sin^2(\pi bx / (\lambda f))}{(\pi bx / (\lambda f))^2} \quad (2)$$

Hierbei ist A eine Konstante, b die Breite des Spaltes und f die Brennweite der Linse. Die Näherung liegt darin, dass $\sin \Theta = x/f$ gesetzt wurde (Abb. 1).

Abb.4: Intensitätsverteilung hinter dem Spalt.



Die periodische Funktion (2) hat an verschiedenen Orten x Maxima und Minima (Abb. 4). Die Minima liegen an den Stellen $bx/(\lambda f) = n$, wobei n eine ganze Zahl (außer der Null) ist. Die Intensität ist an diesen Stellen Null. Die Maxima liegen an den Orten x , für die gilt: $bx/(\lambda f) = 0$ oder $bx/(\lambda f) = (2m+1)/2$, wenn m ebenfalls eine ganze Zahl ist. Die Zahlen n bzw. m bezeichnet man als Ordnung der Minima respektive Maxima. Der zusätzliche Fall $x = 0$ (d.h. $\Theta = 0$, ungebeugter Strahl) heißt das Maximum 0-ter Ordnung.

Interessiert man sich nicht für die Intensitäten, sondern nur für die Lage der Extrema, so ist eine einfache Berechnung möglich. Man benötigt nur die Kenntnis der Gangdifferenzen zwischen den einzelnen Bündeln, die von verschiedenen Orten der Spaltöffnung ausgehen. Auslöschung tritt in den Richtungen ein, in denen die Randstrahlen die Phasendifferenz $n\lambda$ haben, Maxima bei Phasendifferenzen $(2m+1)\lambda/2$. Dies kann man sich einfach geometrisch oder anhand der Intensitätsverteilung klarmachen: Da der Sinusterm im Zähler die Extrema bestimmt, geben seine Nullstellen die Lage der Minima und seine Maxima die Lage der entsprechenden Maxima an.

Somit ergibt sich für die Beugungswinkel, unter denen man Minima beobachten kann:

$$n\lambda = b \sin \Theta \quad (3)$$

und für die Orte auf dem Schirm in der Näherung $\sin \Theta = x/f$:

$$n\lambda = b \frac{x}{f} \quad (4)$$

Entsprechend gilt für die Beugungswinkel der Maxima

$$\frac{(2m+1)}{2} \lambda = b \sin \Theta \quad (5)$$

und für die Orte auf dem Schirm:

$$\frac{(2m+1)}{2} \lambda = b \frac{x}{f} \quad (6)$$

Aufgabe 1:

Man zeige, dass Gl. (2) für $x = 0$ ein Maximum annimmt.

Aufgabe 2:

Man berechne die relativen Intensitäten der Maxima 1., 2. und 3. Ordnung, bezogen auf die des Hauptmaximums $I(x = 0)$ nach Gl. (2).

Hierzu setze man $\frac{\pi bx}{\lambda f} = \alpha\pi$ mit $\alpha = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$.

Gleichung (2) erhält dann die Form

$$\frac{I(x)}{I(x=0)} = \frac{\sin^2(\alpha\pi)}{(\alpha\pi)^2} \quad (7)$$

Die Aufgaben 1. und 2. sind Hausaufgaben, die bei der Versuchsvorbereitung zu bearbeiten sind.

4. Versuche

Aufgabe 3:

prüfen Sie experimentell für den Einfachspalt:

- 1) Gl. (7):
$$I(x) = I_0 \frac{\sin^2(\alpha\pi)}{(\alpha\pi)^2}$$
- 2) Gl. (4): $n = \alpha$ für $n = 1, 2, 3, \dots$
- 3) Gl. (6): $\frac{2m+1}{2} = \alpha$ für $m = 1, 2, 3, \dots$

Versuchsdurchführung:

Verwendet man als Lichtquelle LQ eine räumlich ausgedehnte thermische Lichtquelle, so wird der Spalt SI in Abb. 1 von verschiedenen Punkten von LQ aus beleuchtet. Als Effekt hiervon tritt durch ihn kein völlig kohärentes Licht mehr hindurch, wodurch Gl. (2) nicht mehr exakt gilt, und der Kontrast der Beugungsfigur herabgesetzt wird. Man überschreitet in solch einem Fall die Kohärenzlänge des verwendeten Lichtes. Als Folge dieser Überschreitung addieren sich nicht mehr die Amplituden der superponierenden Wellen (da sie keine feste Phasenbeziehung zueinander besitzen), sondern ihre Intensitäten. Das Auftauchen von Interferenzerscheinungen setzt aber eine feste Phasenbeziehung der Teilwellen voraus, so dass thermische Lichtquellen im allgemeinen für Interferenzexperimente in dieser geometrischen Größenordnung, d.h. mit Gangunterschieden im cm-Bereich, ungeeignet sind. Hinzu kommt, dass die Linse LI aufgrund der endlichen Breite des Spaltes SI kein exakt paralleles Licht erzeugt.

Diese Schwierigkeiten kann man vermeiden, wenn man bei der Durchführung solcher Experimente Laser als Lichtquellen verwendet. Laser-Licht erzeugt man in einem optischen Resonator hoher Güte. Es ist zu einem hohen Grade parallel und besitzt große Kohärenzlängen (bis zu mehreren Metern).

Da sich dadurch zusätzlich noch die Verwendung des Spaltes SI erübrigt, vereinfacht sich der Strahlengang der Abb. 1 zu dem in Abb. 5 gezeigten. Die Wellenlänge des hier verwendeten Lichtes (aus einem He-Ne-Laser) beträgt $\lambda = 632,8$ nm.

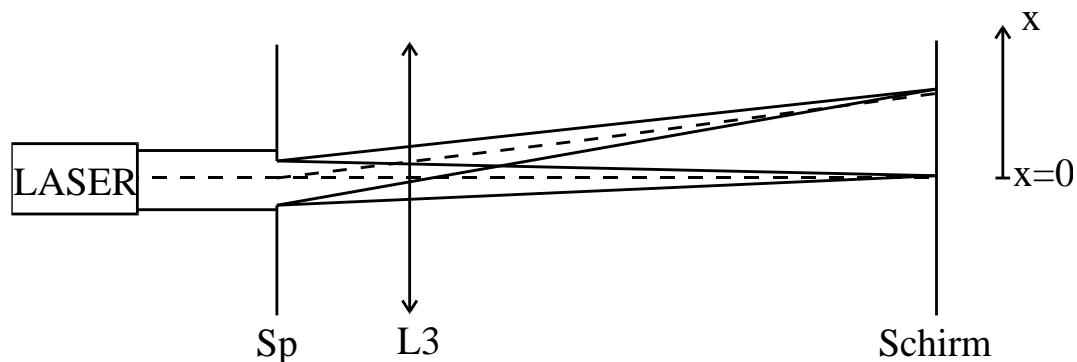


Abb. 5: Strahlengang bei der Durchführung des Beugungsexperimentes mit Laser-Licht.

Noch weiter vereinfachen lässt sich der Aufbau von Abb. 5, wenn der Schirm sehr weit vom Spalt entfernt ist. Dann treten auch ohne Fokussierung durch $L3$ einzelne voneinander getrennte Teilbündel auf (Fernfeld). Die Brennweite f muss dann in den Formeln durch den Abstand d zwischen Spalt und Schirm ersetzt werden (Abb. 6).

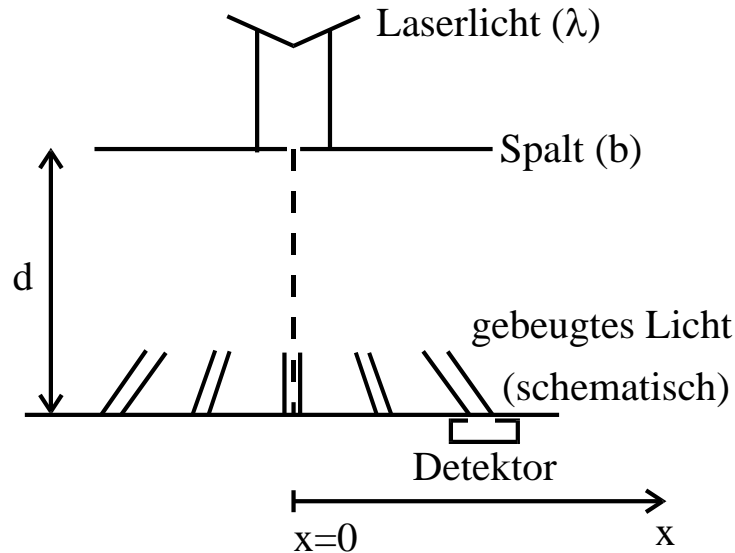


Abb. 6: Skizze der Versuchsanordnung.

Ihre Aufgabe ist es nun, das Fraunhofersche Beugungsdiagramm eines Spaltes der Breite $b_1 = 0,5 \text{ mm}$ und $b_2 = 0,2 \text{ mm}$ aufzunehmen. Die folgende Skizze der Versuchsanordnung (Abb. 5) dient der Definition der Messgrößen.

Die Intensität wird mit einem Photowiderstand in Abhängigkeit von dessen Position x gemessen. Er befindet sich daher in einem Gehäuse, das mittels einer Drehspindel in x -Richtung bewegt werden kann. Optional kann vor dem Detektorgehäuse ein weißer Schirm angebracht werden, damit die Intensitätsverteilung direkt beobachtet werden kann. Der Abstand der Detektor- bzw. Schirmebene d ist so groß zu wählen, dass auf eine Linse verzichtet werden kann. Der Ort x des Detektors ist an einer mm-Skala und für die mm-Bruchteile an der Mikrometerschraube abzulesen.

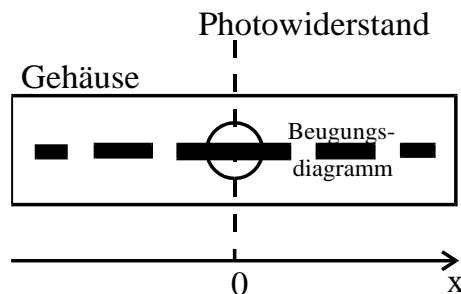


Abb. 7: Justierung des Detektors.

Justieren Sie zunächst den Spalt so, dass er vom Laser-Licht symmetrisch beleuchtet wird. Beobachten Sie dann das Beugungsbild auf dem Schirm und justieren Sie das Detektorgehäuse in der Höhe so, dass bei Verschiebung über die ganze x -Skala das gebeugte Licht stets durch das Loch im Schirm auf den Photowiderstand fallen kann (Abb. 7).

Der Photowiderstand darf aber nie in den direkten Laser-Strahl gebracht werden, da er sonst zerstört wird!

Sowohl Intensität als auch die Position des Detektors auf der x-Skala werden elektrisch gemessen und mit einem Sensor-CASSY auf einem PC aufgezeichnet: Zur elektrischen Erfassung der x-Position ist am Detektor ein Linearpotentiometer angebracht, an dem eine zur Verschiebung proportionale Spannung abgegriffen wird (Abb. 8).

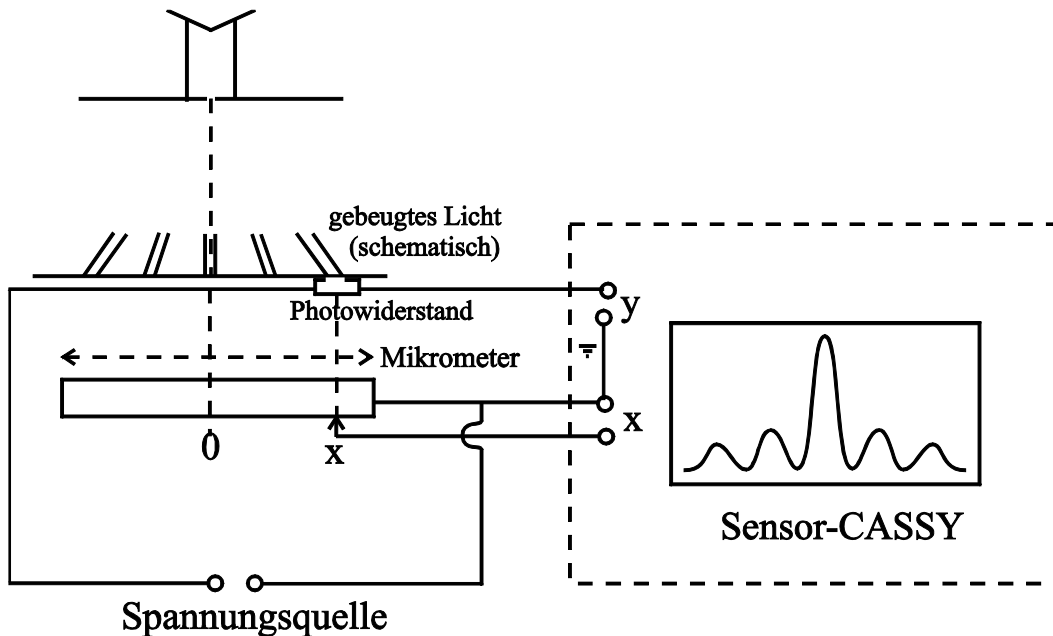


Abb. 8: Prinzip des Versuchsaufbaus.

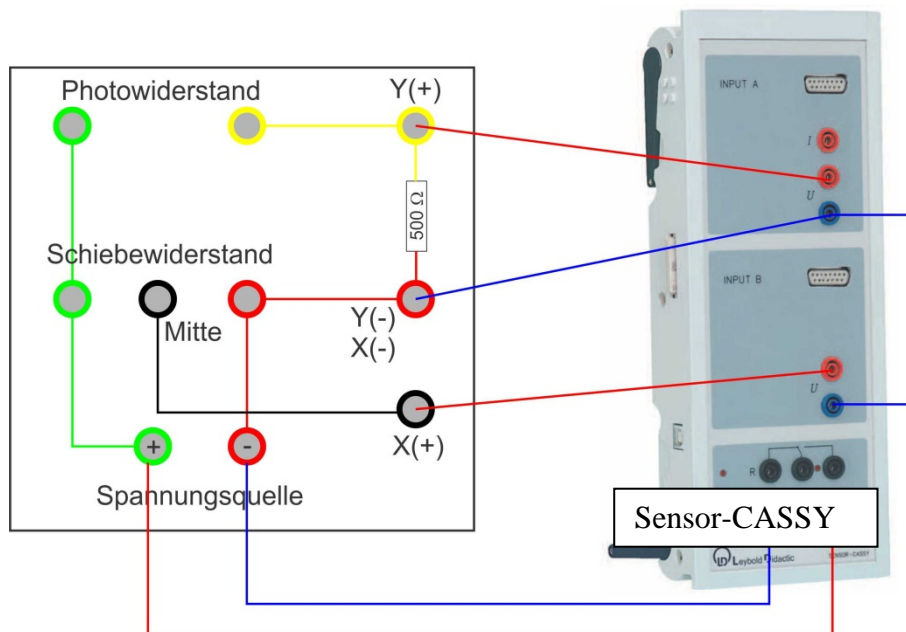


Abb. 9: Elektrischer Schaltplan des Versuchsaufbaus.

Über das CASSY wird als „x-Position“ die Spannung über den Mittelabgriff des Linearpotentiometers erfasst, die proportional zur Position des Detektors ist. Über den 2. Eingang des

CASSY wird der Spannungsabfall über den Photowiderstand erfasst, der ein Maß der gemessenen Lichtintensität ist. Abb. 9 zeigt die Verdrahtung des Messaufbaus. Eine vom CASSY ausgegebene Spannung (maximal 16 V) versorgt sowohl den Schiebewiderstand als auch (über einen Vorwiderstand von 500 Ω) den Photowiderstand.

Nach Justierung des Aufbaus sollen mit dem Programm „CASSY LAB 2“ die ersten 10 Maxima und Minima auf beiden Seiten des Hauptmaximums gemessen werden. Dazu muss der Detektor in die Position des Hauptmaximums gefahren und der Messbereich des CASSY in y-Richtung so angepasst werden, dass der Ausschlag im Hauptmaximum gerade dem Vollausschlag entspricht. Zur Optimierung kann auch die vom CASSY ausgegebene Spannung verändert werden.

Zur Umrechnung der Spannung am Schiebewiderstand in eine x-Position müssen Sie zunächst eine Eichung der Detektorposition durchführen. Messen Sie dazu in 5 mm Schritten über den gesamten Bereich des Schiebewiderstands den entsprechenden Spannungsabfall. Mit diesen Wertepaaren können Sie im Programm „Origin“ eine Ausgleichgerade berechnen, die Sie später für die Umrechnung der gemessenen Spannungen in Positionen benutzen können. Vorsicht: Da der Schiebewiderstand und der Photowiderstand über eine gemeinsame Spannungsversorgung angeschlossen sind, erfordert jede Änderung dieser Spannung eine erneute Kalibrierung der x-Position. Ein „ideales“ Messergebnis ist in Abb. 10 dargestellt.

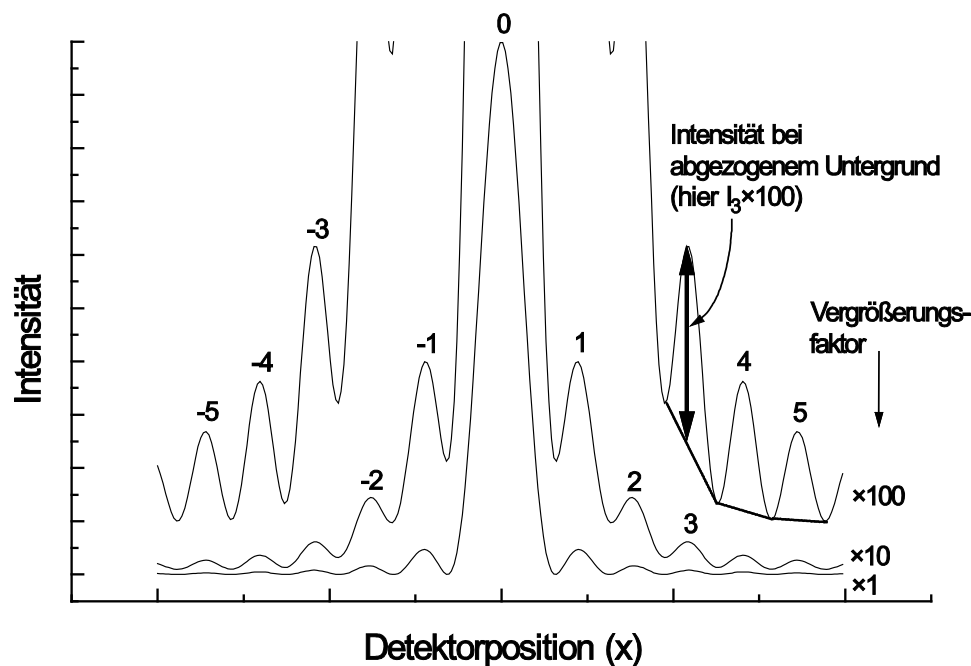


Abb. 10: Messergebnis dargestellt mit verschiedenen Verstärkungsfaktoren.

Auswertung:

Prüfen Sie den Intensitätsverlauf der Gl. (2) für den Spalt mit $b_2 = 0,2$ mm. Die Intensitäten $I_m(x_m)$ der Maxima werden, wie in Abb. 10 gezeigt, bestimmt. Der inkohärente Untergrund muss vor der Bestimmung der einzelnen Intensitäten durch lineare Interpolation abgezogen werden (gestrichelte Kurve bei I_3 rechts in Abb. 10). Führen Sie dies für alle Ordnungen von -10 bis +10 durch und bilden Sie für jedes $|m|$ den Mittelwert

$$I_{|m|} = \frac{I_{+|m|} + I_{-|m|}}{2}$$

Stellen Sie dann graphisch $\ln\left(\frac{I_0}{I_{|m|}}\right)$ als Funktion von $\ln\left(\frac{2|m|+1}{2}\right)$ für $1 \leq |m| \leq 10$ dar.

Zeichnen Sie gestrichelt die theoretisch zu erwartende Kurve nach Gl. (2) für die Maxima in das Diagramm. Vergleichen Sie Messung und Theorie und diskutieren Sie das Ergebnis.

Prüfen Sie die Positionen der Minima und Maxima. Dazu bestimmen Sie die Orte der Minima und Maxima für $|m|=1\dots 10$ als Mittelwerte der Positionen der Extrema positiver und negativer Ordnung:

$(x = 0) =$ Position des Hauptmaximums

$$\text{Minima: } x_{|m|} = \frac{x_{+|m|} - x_{-|m|}}{2}$$

$$\text{Maxima: } x_{|m|} = \frac{x_{+|m|} + x_{-|m|}}{2}$$

Fertigen Sie eine Tabelle an und stellen Sie dann die Orte als Funktion der Ordnungszahlen $|n|$ bzw. $|m|$ graphisch dar. Bestimmen Sie die Steigungen und Achsenabschnitte der Geraden durch die Messpunkte. Berechnen Sie die theoretischen Steigungen und Achsenabschnitte (Gln. (4) und (6)) und vergleichen Sie diese mit den experimentell erhaltenen Messpunkten.